



# نقاط بحرانی

کانال آموزشی مدرسه دیفرانسیل ایران  
ارائه شده توسط مهندس سامان سلامیان



مدرسه تخصصی ریاضیات  
سامان سلامیان

# نقطه بحرانی

تعریف نقطه بحرانی : نقطه  $c$  از نقاط درونی دامنه تابع  $f$  را نقطه بحرانی می گوئیم، هرگاه  $f'(c) = 0$  یا  $f'(c)$  وجود نداشته باشد.

به مثال زیر دقت کنید :

در تابع  $f(x) = -2x^2 + 3x^2$ ،  $x=0$  و  $x=1$  بحرانی هستند، زیرا مشتق در این نقاط صفر است. ( $f'(x) = -6x^2 + 6x \Rightarrow f'(0) = 0$ ،  $f'(1) = 0$  و  $f'(1) = 0$ )

یا در تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ،  $x=1$  بحرانی است، زیرا مشتق در این نقطه وجود ندارد :

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} \Rightarrow f'(1) : \text{وجود ندارد.}$$

@samansalamian



مدرسه تخصصی ریاضیات  
سامان سلامیان

# نقطه بحرانی

تابعی مانند  $f(x) = \frac{1}{x}$  ، نقطه بحرانی ندارد. دوست داری بگی صفر بحرانیه ولی نمی گویا چون نقطه بحرانی باید عضو دامنه باشه پس خوشحال نشو بگو یه بحرانی رو جستیم و صفره 😊

نقاط سر و ته بسته بازه (دیواره ای) جزو نقاط بحرانی محسوب نمی شوند، نقطه بحرانی باید نقطه ای درونی و میان بازه ای باشد پس در تابع  $f(x) = x\sqrt{x}$  ،  $x=0$  بحرانی نیست.

$$D_f : [0, +\infty)$$

@samansalamian



مدرسه تخصصی ریاضیات  
سامان سلامیان

## نقطه بحرانی

$$f(x) = \cos^2 x + \cos x \quad \left[ \frac{2\pi}{3}, 2\pi \right]$$

دنبال نقاط بحرانی در  $(\frac{2\pi}{3}, 2\pi)$  می گردیم، این تابع همه جا مشتق پذیر پس کافیه بینیم کجاها  $f'(x) = 0$  میشه.

$$f'(x) = -2 \sin x \cos x - \sin x = -\sin x(2 \cos x + 1) \quad \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{\left(\frac{2\pi}{3}, 2\pi\right)} x = \pi \\ \cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\left(\frac{2\pi}{3}, 2\pi\right)} x = \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

@samansalamian

سروته بسته بازه بحرانی محسوب نمی شوند.



مدرسه تخصصی ریاضیات  
سامان سلامیان

# نقطه بحرانی

$$f(x) = x^2 + |x|$$

دامنه تابع  $\mathbb{R}$  است و واضحه که تو  $x=0$  مشتق پذیر نیست پس یه بحرانیه دست به نقد رو جستیم و خوشحالم 😊 حالا باید دید مشتق کجاها صفر میشه؟؟ (قدر دیدی تعیین علامت کن)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 0 \\ x^2 - x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x > 0 \\ 2x - 1 & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{f'(x) = 0} \begin{cases} 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} & \xrightarrow{x > 0} \text{ غ ق ق} \\ 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} & \xrightarrow{x < 0} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

@samansalamian



مدرسه تخصصی ریاضیات  
سامان سلامیان

# نقطه بحرانی

تعداد نقاط بحرانی تابع  $f(x) = [x] \sin x$  روی بازه  $[-1, 2]$  را بیابید.

$$\bullet \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = \bullet \Rightarrow f'(x) = \bullet$$

تابع  $[x]$  را در ذهن بیاورید (نازدها تابع ثابت بودند دیگه، تابع ثابت هم که بی شمار بحرانی داره)  
پس تابع تست به ازای تمام نقاط بازه  $(0, 1)$  مشتقی برابر صفر دارد و بی شمار بحرانی دارد.

@samansalamian