



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۰۱- اگر $\alpha + \beta$ عددی گویا و مخالف صفر و $\alpha - \beta$ عددی گنگ باشد، گنگ یا گویا بودن کدام عدد معلوم نیست؟

(۱) α (۲) β (۳) $\alpha^2 + \beta^2$ (۴) $\alpha^2 - \beta^2$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر مجموعه جواب نامعادله $ax^2 + 2x > -1$ یک بازه متقارن به مرکز ۱ باشد، a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، دنباله - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۰۳- با فرض $\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1} \end{cases}$ ، مقدار اولین جمله بزرگتر از ۱۰۰ دنباله a_n کدام است؟

(۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۱ (۳) ۱۰۱ (۴) ۲۳۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- به ازای مقادیر $n \geq M$ ، فاصله جملات دنباله $\left\{ \frac{3^{n-1} + (-1)^n}{3^n} \right\}$ از حد آن کم تر از مقدار مثبت ε است، کم ترین مقدار عدد طبیعی M کدام

است؟ ([]، نماد جزء صحیح است)

(۱) $\left\lceil \log_3 \frac{6}{\varepsilon} \right\rceil$ (۲) $\left\lceil \log_3 \frac{4}{\varepsilon} \right\rceil$ (۳) $\left\lceil \log_3 \frac{3}{\varepsilon} \right\rceil$ (۴) $\left\lceil \log_3 \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- دنباله $a_n = \frac{2 + 5 + 8 + \dots + (3n-1)}{n^2 + 3n}$ مفروض است. کدام گزینه در مورد دنباله a_n صحیح است؟

(۱) صعودی و همگرا به $\frac{3}{2}$ (۲) غیریکنوا و همگرا به $\frac{1}{4}$
(۳) صعودی و همگرا به صفر (۴) غیریکنوا و واگرا

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- هرگاه به ازای هر عدد طبیعی n داشته باشیم $\left| a_n - b_n - \frac{3n^2 + 1}{n^2 + 1} \right| < \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}$ و دنباله $\{a_n + b_n\}$ همگرا به -1 باشد، دنباله $\left\{ \frac{a_n}{b_n} \right\}$ همگرا به چه عددی است؟ (جملات دنباله b_n مخالف صفر هستند.)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $a_{n+1} = \left(\frac{5}{6}\right)^n a_n$ و $a_1 = \frac{3}{2}$ باشد، دنباله $\{a_n\}$ چه وضعیتی دارد؟

- (۱) واگرا - نزولی
(۲) همگرا - صعودی
(۳) همگرا - نزولی
(۴) همگرا - غیر یکنوا

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- دو دنباله با جمله‌های عمومی $a_n = e^{-n}$ و $b_n = \left(e + \frac{2}{n}\right)^n$ مفروض‌اند. دنباله $\{a_n b_n\}$ چگونه است؟

- (۱) همگرا به صفر
(۲) همگرا به e^e
(۳) همگرا به $e^{-\frac{2}{e}}$
(۴) واگرا

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، حد، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۰۹- کدام دنباله نشان دهنده این است که تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \in \mathbb{Q} \\ 0 & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در $x=1$ حد ندارد؟

- (۱) $a_n = \frac{n + (-1)^n}{n+1}$
(۲) $a_n = \frac{n^3 + e}{n^3 + 1}$
(۳) $a_n = \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n+1}}$
(۴) $a_n = \frac{2n+1}{2n+7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in \mathbb{Q} \\ -x + \sqrt{2} & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)(f(x) - \sqrt{2})}{x - \sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) موجود نیست
(۴) $2\sqrt{2}$

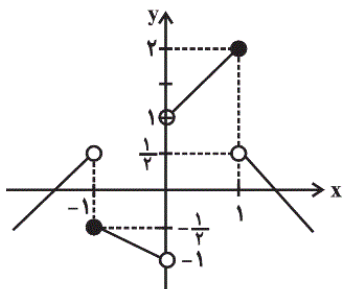
شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- اگر در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{k \sin(x-1)}{x^2 - 1} & ; [x] = 0 \\ [-x] + [x] & ; [x] = 1 \end{cases}$ ، مجموع حد چپ و راست در نقطه $x=1$ برابر با مقدار تابع در آن نقطه باشد، آن‌گاه مقدار k کدام است؟ ($[\]$ ، نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۴
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر نمودار f مطابق شکل زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} [f \circ f(x)]$ کدام است؟ ($[\]$ ، نماد جزء صحیح است)



- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{\sin \frac{x}{2}} - \sqrt{-\cos x}}{(x - \pi)^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{16}$ (۲) $-\frac{2}{16}$ (۳) $\frac{2}{8}$ (۴) $-\frac{2}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + [-x]}{x - \sin x} = -\infty$ داشته باشیم و $a < k < b$ ، آن‌گاه حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟ (]، [، نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و $f(x) = \frac{ax^n - 5x}{3x^2 + 6}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+n} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{2}$ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مساحت ناحیه محدود به خطوط مجانب تابع $f(x) = \frac{x \tan^{-1} 2x + 1}{|x| - 1}$ و محور x ، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- تابع $g(x)$ مجانب تابع $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2 - m}{x^2 - x + 1}$ می‌باشد. اگر نمودارهای توابع f و g همدیگر را در نقطه‌ای به طول $x = 2$ قطع کنند، m

کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶

شما پاسخ نداده اید

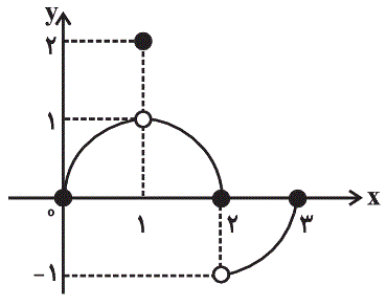
۱۱۸- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x^2} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ روی \mathbb{R} پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$

(۳) صفر (۴) به ازای هر مقدار a تابع f در صفر ناپیوسته است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر منحنی تابع f به صورت زیر باشد، کدام گزینه در مورد پیوستگی تابع $f\left(\frac{x+1}{x}\right)$ در $x=1$ صحیح است؟



(۱) پیوسته است.

(۲) فقط از راست پیوسته است.

(۳) فقط از چپ پیوسته است.

(۴) از چپ و راست ناپیوسته است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، پیوستگی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۲۰- برخی مقادیر تابع پیوسته f در بازه $[-2, 2]$ مطابق جدول زیر هستند. معادله $f \circ f(x) = -\frac{3}{4}$ در بازه ذکر شده حداقل چند جواب دارد؟

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
$f(x)$	-۱	۱	۱	-۲	۲

($f \circ f(x)$ قابل تشکیل و پیوسته است.)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، بردار - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۳۱- اگر $a = i - j - k$ و $b = (3, 2, 1)$ باشند، طول تصویر بردار a روی بردار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{\sqrt{17}}$
- (۲) $\frac{5}{\sqrt{17}}$
- (۳) $\frac{4}{\sqrt{17}}$
- (۴) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر $x - 2y + 3z = 11$ باشد، مینیمم عبارت $x^2 + 4y^2 + z^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۱
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۱
- (۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- مبدأ مختصات و نقاط انتهایی بردارهای $i + j + k$ و $j + k$ و $k + i$ یک چهار وجهی منتظم اند. اندازه ارتفاع چهار وجهی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (۲) $\frac{2}{\sqrt{2}}$
- (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (۴) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- خطی که از نقطه $M(2, -1, 1)$ می‌گذرد و بر دو خط $d_1: \begin{cases} x+y+1=0 \\ 2x+z=0 \end{cases}$ و $d_2: \begin{cases} 2x+y-1=0 \\ z=0 \end{cases}$ عمود است، صفحه xy را در کدام نقطه

قطع می‌کند؟

- (۱) $(-2, 3, 0)$ (۲) $(-3, -2, 0)$
 (۳) $(3, -2, 0)$ (۴) $(-2, -3, 0)$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- صفحه‌ای که شامل سه نقطه $A(2, -1, 4)$ ، $B(5, 3, 5)$ و $C(2, 4, 3)$ باشد، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۱۳ (۲) -۱۳
 (۳) $-\frac{13}{3}$ (۴) $\frac{13}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- دایره‌ای به شعاع ۵ از نقطه $A(3, -1)$ می‌گذرد و مرکز آن از خط $x = -4$ به فاصله ۳ واحد قرار دارد. معادله این دایره کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20$ (۲) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 20$
 (۳) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 20$ (۴) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 20$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- نقاط M و N بر روی منحنی به معادله $4x^2 + y^2 - 4x - 3y = -\frac{9}{4}$ قرار دارند. بیشترین فاصله ممکن بین نقاط M و N کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴
 (۳) ۸ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- معادلات خط هادی و محور تقارن یک سهمی به ترتیب $x = -\frac{1}{2}$ و $y = 2$ هستند. اگر کانون این سهمی بر خط $D: 2x + y + 1 = 0$ واقع باشد،

معادله سهمی کدام است؟

- (۱) $y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$ (۲) $y^2 + 2x - 4y - 6 = 0$
 (۳) $y^2 + 2x - 4y + 6 = 0$ (۴) $y^2 - 2x + 4y + 6 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- تمامی دایره‌هایی که مرکز آنها روی سهمی به معادله $y^2 + 6y - 12x = 3$ قرار دارد و برخط $x + 4 = 0$ مماس هستند، از کدام نقطه می‌گذرند؟

(۱) $(2, -3)$ (۲) $(-2, 3)$

(۳) $(3, 2)$ (۴) $(3, -2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- رأس و کانون سهمی به معادله $y^2 + 2y - 16x = 15$ ، دو سر قطر کوچک یک بیضی هستند. اگر این بیضی از نقطه $(2, -4)$ بگذرد، خروج از

مرکز آن کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۴۱- گراف متناظر با بازه‌های $(2, 6), (1, 3), (4, 5), (3, 7), (6, 9), (3, 4)$ ، چند دور به طول ۳ دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در گراف با ۸ رأس و ۲۶ یال، حداقل مقدار $\Delta + \delta$ کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در گرافی از مرتبه ۸، فاصله دور رأس a و b ، برابر ۷ است. این گراف، چند رأس از درجهٔ ماکزیمم دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- اگر A ماتریس مجاورت یک گراف ۳- منتظم ناهمبند با کمترین مرتبهٔ ممکن باشد، تعداد درایه‌های صفر A کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۳۲ (۴) ۴۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، کلیات و تقسیم‌پذیری ، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۴۵- چند عدد طبیعی فرد وجود دارد که باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۵۴ از مربع خارج قسمت ۳ واحد کمتر باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- اگر $(\overline{ab})_7 = (\overline{ba})_8$ باشد، عدد $2a + b$ در مبنای ۶ چگونه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- عدد اول P بزرگتر از ۳ است. باقیمانده تقسیم P^{P+3} بر ۶ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- عدد $35!$ بر 6^n بخش پذیر است. حداکثر مقدار n کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- اگر $[a, b] = (a, b) + 8$ باشد، کدام عدد زیر نمی تواند باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- اگر $(n^3 - n, n^4 - 1) = 15$ ، آن گاه حاصل $[n + 2, 2n]$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) $2n^2 + 2n$ (۲) $2n(n + 2)$ (۳) $2n$ (۴) $6n$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۲۱- فرض کنیم a و b مختلف‌العلامه باشند و $a < b$ ، در این صورت، کدام نامساوی همواره برقرار است؟

(۱) $a^2 < b^2$ (۲) $a^3 < b^3$

(۳) $b^2 < a^2$ (۴) $b^3 < a^3$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، دنباله - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۲۲- کدام دنباله زیر واگراست؟

(۱) $\left\{ n \sin \frac{1}{n} \right\}$ (۲) $\left\{ \frac{1}{n} \sin n \right\}$

(۳) $\left\{ n \cos \frac{1}{n} \right\}$ (۴) $\left\{ \frac{1}{n} \cos n \right\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر دنباله‌های $\{a_n + b_n\}$ و $\{a_n - b_n\}$ به ترتیب همگرا به L_1 و L_2 باشند $\{a_n + b_n\}$ همگراست به:

$$L_1 L_2 \quad (1) \quad L_1 + L_2 \quad (2)$$

$$\frac{L_1 - L_2}{4} \quad (3) \quad \frac{L_1 + L_2}{2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{1 + 3^n}{5 + 3^{n-1}}$ چگونه است؟

(۱) بی‌کران - صعودی

(۲) کراندار - صعودی

(۳) کراندار - نزولی

(۴) بی‌کران - نزولی

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، حد، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۲۵- اگر تابع f در نقطه $x=1$ حد داشته و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x)-1}{f(x)+1} = 5$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

(۱) -۳

(۲) -۲

(۳) ۲

(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x+a & ; \text{ گویا } x \\ 3x+1 & ; \text{ گنگ } x \end{cases}$ در $x = \frac{1}{3}$ حد دارد. a کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ باشد، b کدام است؟

(۱) -۸

(۲) -۶

(۳) ۴

(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

$$128 - \text{به ازای کدام مقدار } a, \text{ تابع با ضابطه } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x - \sin x}{x^2} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases} \text{ در نقطه } x = 0 \text{ پیوسته است؟}$$

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) -۱ (۴) هیچ مقدار a

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، پیوستگی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۲۹- یکی از ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - 7x + 4 = a$ ، بین دو عدد ۱ و -۱ است. مجموعه تمام مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱ (۱) $\{a \mid a < -2\}$ ۲ (۲) $\{a \mid a > 4\}$

۳ (۳) \emptyset ۴ (۴) \mathbb{R}

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \left| \frac{x}{x+1} \right| \right)$ کدام است؟

۱ (۱) صفر ۲ (۲) $\frac{1}{2}$

۳ (۳) ۲ ۴ (۴) $-\infty$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته - گواه ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۵۱- تعداد یال‌های گراف کامل K_p از تعداد یال‌های گراف کامل K_{p+1} ، ۷ واحد کمتر است. تعداد یال‌های گراف K_p کدام است؟

۱ (۱) ۲۱ ۲ (۲) ۱۲ ۳ (۳) ۱۸ ۴ (۴) ۲۸

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- در یک گراف کامل حاصلضرب اندازه و مرتبه آن 5^0 می‌باشد. در این گراف چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۱ (۱) ۱۰ ۲ (۲) ۱۲ ۳ (۳) ۱۵ ۴ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- به یکی از گراف‌های هم‌بند فاقد دور که درجه رأس‌های غیر مینیمم آن ۲، ۳، ۴، ۵ بوده و مسیری با بیش‌ترین طول ممکن را دارد، فقط یک یال اضافه

می‌کنیم. طول این دور حداکثر کدام است؟

۱ (۱) ۵ ۲ (۲) ۶ ۳ (۳) ۷ ۴ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- اگر A ماتریس مجاورت گراف G از مرتبه ۵ و حاصلضرب درایه‌های قطری ماتریس A^2 برابر ۷۲ باشد، با حذف چند یال از این گراف،

درختی هم‌مرتبه با آن تشکیل می‌شود؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضیات گسسته - گواه، کلیات و تقسیم‌پذیری، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۵۵- در تقسیم عدد ۱۶۵ بر عدد طبیعی b، خارج‌قسمت مجذور باقیمانده است، چند عدد b می‌توان یافت؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) نشدنی

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- اگر $(cb \circ a)_8 = (abc)_9$ ، آنگاه $a + b + c$ کدام است؟

۹ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۴ (۴) نشدنی

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- عدد $(75)!$ ، مختوم به چند صفر است؟

۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- اگر به حاصلضرب تمام اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰۰، یک واحد افزوده شود، تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی غیر از ۱ و کم‌تر از ۱۰۰ عدد حاصل کدام است؟

صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n، دو عدد به صورت‌های $9, 25n + 4, 11n + 1$ نسبت به هم اول‌اند؟

۸۶ (۱) ۸۷ (۲) ۸۹ (۳) ۹۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- دو عدد $A = 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^2$ و $B = 2^5 \times 3^2 \times 5^{\alpha} \times 11$ دارای ۲۳ مقسوم‌علیه مشترک مثبت و غیر یک می‌باشند. تعداد تمام

مقسوم‌علیه‌های مثبت کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها کدام است؟

۳۶۰ (۱) ۴۸۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۷۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۱۰۲۲

۱۰۱- (کازم ابلالی)

مجموع و تفاضل دو عدد $\alpha + \beta$ و $\alpha - \beta$ گنگ است، پس 2α و 2β در نتیجه α و β گنگ هستند.

همچنین حاصل ضرب یک عدد گویای غیرصفر و یک عدد گنگ، عددی گنگ است. پس $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$ یعنی $\alpha^2 - \beta^2$ گنگ است.

ولی در مورد گنگ یا گویا بودن $\alpha^2 + \beta^2$ نمی توان اظهار نظر کرد. به عنوان مثال:

$$\alpha = 1 + \sqrt{2}, \beta = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \alpha + \beta = 2, \alpha - \beta = 2\sqrt{2}$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = 4\sqrt{2}, \alpha^2 + \beta^2 = 6$$

$$\alpha = \sqrt{2}, \beta = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \alpha + \beta = 1, \alpha - \beta = 2\sqrt{2} - 1$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = -1 + 2\sqrt{2}, \alpha^2 + \beta^2 = 5 - 2\sqrt{2}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه های ۷ تا ۱۱)

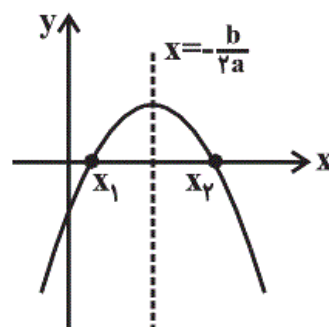
۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۲- (کیا مقرر نیاک)



برای اینکه مجموعه جواب نامعادله

$$ax^2 + 2x + 1 > 0$$

یک همسایگی متقارن باشد،

باید نمودار سهمی $y = ax^2 + 2x + 1$ مطابق شکل مقابل باشد.

پس باید $a < 0$ و $\frac{-b}{2a} = 1$ و $\Delta > 0$ باشد.

$$\left. \begin{aligned} -\frac{b}{2a} = 1 &\Rightarrow -\frac{2}{2a} = 1 \Rightarrow 2a = -2 \\ \Delta > 0 &\Rightarrow 4 - 4a > 0 \Rightarrow a < 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه های ۱۳ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱.۳

(ایمان نخستین)

$$a_3 = 2a_2 + a_1 = 2(1) + 1 = 3$$

$$a_4 = 2a_3 + a_2 = 2(3) + 1 = 7$$

$$a_5 = 2a_4 + a_3 = 2(7) + 3 = 17$$

$$a_6 = 2a_5 + a_4 = 41$$

$$a_7 = 2a_6 + a_5 = 99$$

$$a_8 = 2a_7 + a_6 = 239$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$|a_n - L| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{3^{n-1} + (-1)^n}{3^n} - \frac{1}{3} \right| < \varepsilon$$

$$\Rightarrow \left| \frac{3^{n-1} + (-1)^n - 3^{n-1}}{3^n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{(-1)^n}{3^n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{3^n} < \varepsilon$$

$$\Rightarrow 3^n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \log_3 \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow M \geq [\log_3 \frac{1}{\varepsilon}] + 1$$

$$\Rightarrow M \geq [\log_3 \frac{1}{\varepsilon} + 1] \Rightarrow M \geq [\log_3 \frac{1}{\varepsilon} + \log_3 3] \Rightarrow M \geq [\log_3 \frac{3}{\varepsilon}]$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(جوانبش نیکنام)

-۱.۵

$$a_n = \frac{\frac{n}{2}(2 + 3n - 1)}{n^2 + 3n} = \frac{3n + 1}{2n + 6} = \frac{3}{2} + \frac{-8}{2n + 6} = \frac{3}{2} - \frac{4}{n + 3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2}$$

بنابراین:

همچنین وقتی n بزرگ می‌شود، a_n نیز بزرگ می‌شود بنابراین دنباله صعودی است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

داریم $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1} = 0$ ، پس طبق قضیه فشردگی

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| a_n - b_n - \frac{3n^2 + 1}{n^2 + 1} \right| = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 3$$

از طرفی $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -1$ ، پس داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -2 \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریرون ساعتی)

-۱۰۷

$$a_{n+1} = \left(\frac{5}{6}\right)^n a_n \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

از طرفی می‌دانیم اگر $0 < a < 1$ ، آن‌گاه $0 < a^n < 1$ ، بنابراین $0 < \left(\frac{5}{6}\right)^n < 1$

در نتیجه $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$. از طرفی جملات دنباله به صورت $a_1 = \frac{3}{2}$ و $a_2 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$

و ... هستند که همگی مثبت‌اند، بنابراین a_n نزولی است. از طرفی برای همه جملات

دنباله $0 < a_n < \frac{3}{2}$ ، بنابراین دنباله کران‌دار است و هر دنباله کران‌دار و یکتوا

همگراست پس $\{a_n\}$ همگراست. در نتیجه گزینه «۳» درست است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممدطاهر شعاعی)

-۱۰۸

$$a_n b_n = e^{-n} \times \left(e + \frac{2}{n}\right)^n = \frac{\left(e + \frac{2}{n}\right)^n}{e^n} = \left(1 + \frac{2}{ne}\right)^n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n = e^2$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(پوانبش نیکنام)

دنباله‌ای دارای شرایط مورد نظر می‌باشد که دارای دو زیر دنباله باشد، به طوری که یکی با مقادیر گویا و دیگری با مقادیر گنگ به ۱ همگرا باشد.

گزینه‌های ۱ و ۴ تمام مقادیرشان گویا هستند و تمام مقادیر گزینه ۲ گنگ هستند.

فقط گزینه ۳ دارای شرایط مورد نظر می‌باشد، چون به ازای n های مکعب کامل، جملاتش گویا و به ازای سایر اعداد طبیعی، جملاتش گنگ است و دنباله به یک همگرا می‌باشد.

(دیفرانسیل - سر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید علیزاده)

- ۱۱۰

$$\text{محاسبه حد با ضابطه بالای: } \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)(f(x) - \sqrt{2})}{x - \sqrt{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x(x - \sqrt{2})}{x - \sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{محاسبه حد با ضابطه پایینی: } \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)(f(x) - \sqrt{2})}{x - \sqrt{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(-x + \sqrt{2})(-x + \sqrt{2} - \sqrt{2})}{x - \sqrt{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{-(x - \sqrt{2})(-x)}{x - \sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

(دیفرانسیل - سر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۷۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید علیزاده)

- ۱۱۱

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \sin(x-1)}{x^2 - 1} & ; 0 \leq x < 1 \\ [x] + [-x] & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{k \sin(x-1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{k(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{k}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [x] + [-x] = [1^+] + [-(1^+)] = 1 - 2 = -1 \Rightarrow \frac{k}{2} + (-1) = 0$$

$$f(1) = [1] + [-1] = 0$$

$$\Rightarrow k = 2$$

(دیفرانسیل - سر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کیا مقدس نیاک)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} [f \circ f(x)] = \lim_{t \rightarrow (-1)^+} [f(t)] = \left[-\frac{1}{2}\right] = -\frac{1}{2}$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۵۱ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کاظم ابلالی)

اگر فرض کنیم $t = x - \pi$ آن گاه $x = \pi + t$ و $t \rightarrow 0$. پس:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{\sin \frac{x}{2}} - \sqrt{-\cos x}}{(x - \pi)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{t}{2}\right)} - \sqrt{-\cos(\pi + t)}}{t^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos \frac{t}{2}} - \sqrt{\cos t}}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{t}{2} - \cos t}{t^2} \times \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{t}{2}} + \sqrt{\cos t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{+\frac{3}{4} \sin \frac{3t}{4} \sin \frac{t}{4}}{t^2} \times \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{t}{2}} + \sqrt{\cos t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2\left(\frac{3t}{4}\right)\left(\frac{t}{4}\right)}{t^2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

(حسابان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا توجه کنید که اگر $x \rightarrow 0^+$ آن گاه $(x - \sin x) \rightarrow 0^+$ و اگر $x \rightarrow 0^-$

آن گاه $(x - \sin x) \rightarrow 0^-$ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{k + [-x]}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{k - 1}{x - \sin x} = -\infty \Rightarrow k - 1 < 0 \Rightarrow k < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{k + [-x]}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{k}{x - \sin x} = -\infty \Rightarrow k > 0$$

پس $0 < k < 1$ ، بنابراین حداکثر مقدار $b - a$ به ازای $b = 1$ و $a = 0$ حاصل

می شود که برابر ۱ است.

(دیفرانسیل - سر و پیوستگی؛ صفحه های ۶۰ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر هوشنگ فمسه)

-۱۱۵

داریم: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^n + bx^{n-1}} = \frac{a}{a'}$. با توجه به این نکته نتیجه می شود که

$a = 6$ و $n = 2$ است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-1}{2-0} \times \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - سر و پیوستگی؛ صفحه های ۶۵ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

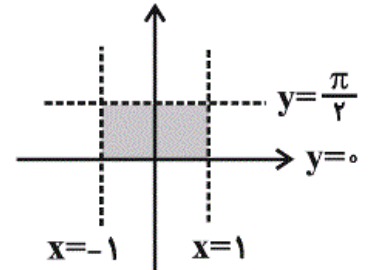
 ۱

۲ خط مجانب قائم \Rightarrow ریشه صورت نیستند. $x = -1 \Rightarrow |x| - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \tan^{-1} 2x}{|x|} = \tan^{-1}(+\infty) = \frac{\pi}{2} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \tan^{-1} 2x}{-x} = -\tan^{-1}(-\infty) = \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow y = \frac{\pi}{2}$ خط مجانب افقی

$$S_{\text{محصور}} = 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi$$



(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(جهانبفش نیکنام)

- ۱۱۷

تابع f فقط دارای مجانب مایل است و برای یافتن مجانب مایل کافیت خارج قسمت

تقسیم صورت کسر بر مخرج کسر را بیابیم. از تقسیم صورت بر مخرج کسر داریم.

$$g(x) = 2x - 2$$

پس $x = 2$ باید در معادله $\frac{2x^3 - 4x^2 - m}{x^2 - x + 1} = 2x - 2$ صدق کند. که در

این صورت داریم:

$$m = -6$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x^2} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases} \quad \text{دامنه تابع}$$

f پیوسته باشد، باید در نقطه $x = 0$ پیوسته باشد. داریم:

$$a = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi - \pi \cos x)}{x^2}$$

$$\Rightarrow a = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin[\pi(1 - \cos x)]}{x^2} \Rightarrow a = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi(1 - \cos x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi(1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}))}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} 2\pi \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = 2\pi \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا نیازی)

- ۱۱۹

$$x = 1 \Rightarrow f\left(\frac{x+1}{x}\right) = f(2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f\left(\frac{x+1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f\left(1 + \frac{1}{x}\right) = f(1 + 1^-) = f(2^-)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f\left(\frac{x+1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f\left(1 + \frac{1}{x}\right) = f(1 + 1^+) = f(2^+)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1$$

بنابراین $f\left(\frac{x+1}{x}\right)$ در $x = 1$ فقط از راست پیوسته است.

(حسابان - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض کنید $g(x) = f \circ f(x) + \frac{3}{2}$ ، جدول مقادیر تابع g به شکل زیر است.

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
g(x)	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$

بنابراین: $g(-2) \cdot g(-1) < 0$ ، $g(0) \cdot g(1) < 0$

از آنجا که تابع g نیز پیوسته است، پس معادله $g(x) = 0$ که همان معادله

$$f \circ f(x) = -\frac{3}{2}$$

در بازه $[-2, 2]$ حداقل دو جواب دارد.

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، بردار - ۱۳۹۶۱۰۲۲

-۱۳۱

(سروش موئینی)

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= (1, -1, -1) \\ \mathbf{b} &= (3, 2, 1) \end{aligned} \Rightarrow \mathbf{a} + \mathbf{b} = (4, 1, 0) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{a}' = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}}{|\mathbf{c}|^2} \mathbf{c} = \frac{4 - 1 + 0}{4^2 + 1^2 + 0^2} (4, 1, 0) = \frac{3}{17} (4, 1, 0)$$

$$\Rightarrow |\mathbf{a}'| = \frac{3}{17} \sqrt{17} = \frac{3}{\sqrt{17}}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض کنید $a(x, 2y, z)$ و $b(1, -1, 3)$ ، آن‌گاه با توجه به نامساوی کوشی -

$$a = (x, 2y, z), \quad b = (1, -1, 3) \quad \text{شوارتس داریم:}$$

$$|a \cdot b| \leq |a| |b| \Rightarrow |x - 2y + 3z| \leq \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \times \sqrt{1+1+9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \geq \frac{11}{\sqrt{11}} \Rightarrow x^2 + 4y^2 + z^2 \geq 11$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه ۲۴)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(معمردی مسن؛ زاده طبری)

$$a = i + j = (1, 1, 0)$$

$$b = j + k = (0, 1, 1) \quad \Rightarrow |a| = |b| = |c| = \sqrt{2}$$

$$c = k + i = (1, 0, 1)$$

$$\text{حجم هرم (چهاروجهی منتظم)} = \frac{1}{6} |a \cdot (b \times c)| = \frac{1}{6} |(1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1)|$$

$$= \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$$

قاعده این چهاروجهی، مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع $\sqrt{2}$ است. پس مساحت

$$S_{\text{قاعده}} = \frac{(\sqrt{2})^2 (\sqrt{3})}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

آن برابر است با:

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} S_{\text{قاعده}} \times h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times h \Rightarrow h = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

(ممدظاهر شعاعی)

$$d_1: \begin{cases} x+y+1=0 \\ 2x+z=0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-2} \Rightarrow u_{d_1} = (1, -1, -2)$$

$$d_2: \begin{cases} 2x+y-1=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} \Rightarrow u_{d_2} = (1, -2, 0)$$

راستای خط عمود بر خط‌های d_1 و d_2 برابر است با:

$$u_L = u_{d_1} \times u_{d_2} = (-4, -2, -1)$$

پس معادله خطی که از نقطه $M(2, -1, 1)$ می‌گذرد و بر خط‌های d_1 و d_2 عمود است، برابر است با:

$$L: \frac{x-2}{-4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$$

پس خط L ، صفحه xy را در نقطه $(-2, -3, 0)$ قطع می‌کند.

(هندسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سامان اسپهرم)

$$\overline{AB}(3, 4, 1) \Rightarrow n = \overline{AB} \times \overline{AC} = (-9, 3, 15)$$

$$\overline{AC}(0, 5, -1)$$

برای راحتی کار می‌توانیم بردار n را به (-3) ساده کنیم:

$$n = (3, -1, -5)$$

$$P: 3x - y - 5z = d$$

$$A \in P: 3(2) - (-1) - 5(4) = -13 = d \Rightarrow P: 3x - y - 5z = -13$$

$$3x = -13 \Rightarrow x = \frac{-13}{3}$$

نقطه تلاقی با محور x ها:

(هندسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مسئله محمد کریمی)

نقاطی که از خط $x = -4$ به فاصله ۳ واحد هستند، خطوط $x = -1$ و $x = -7$ را تشکیل می‌دهند. پس مرکز دایره روی یکی از این دو خط موازی است و چون مرکز دایره باید از نقطه A به فاصله ۵ باشد، نمی‌تواند روی خط $x = -7$ باشد. (زیرا فاصله A تا این خط از عدد ۵ بیشتر است.)

$$O \in (x = -1) \Rightarrow O \left| \begin{array}{l} -1 \\ \beta \end{array} \right.$$

$$AO = 5 \Rightarrow \sqrt{(3+1)^2 + (\beta+1)^2} = 5 \Rightarrow \beta+1 = \pm 3$$

$$\beta = 2 \text{ یا } \beta = -4$$

$$\beta = 2 \Rightarrow \text{معادله دایره: } (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y = 20$$

$$\beta = -4 \Rightarrow \text{معادله دایره: } (x+1)^2 + (y+4)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x + 8y = 8$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(همایون شریک)

-۱۳۷

اگر به معادله توجه کنیم، بیضی قائم است و بیشترین فاصله بین نقاط M و N واقع بر

محیط بیضی، وقتی رخ می‌دهد که M و N، دو رأس کانونی بیضی باشد.

$$\frac{(x - \frac{1}{2})^2}{\frac{1}{4}} + \frac{(y - \frac{3}{2})^2}{1} = 1$$

$$a^2 = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow MN = 2a = 2$$



(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

نوع سهمی افقی و معادله آن به صورت $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ است. کانون و رأس هر سهمی بر محور تقارن آن واقع هستند که در اینجا معادله آن به صورت $y = 2$ است. لذا:

$$S(\alpha, \beta = 2), F(\alpha + a, \beta = 2), \Delta: x = -\frac{1}{2} = \alpha - a$$

$$2x + y + 1 = 0 \Rightarrow 2(\alpha + a) + 2 + 1 = 0 \Rightarrow 2\alpha + 2a = -3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + 2a = -3 \\ \alpha - a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha = -1, a = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = -2(x + 1) \Rightarrow y^2 + 2x - 4y + 6 = 0$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

۴

۳✓

۲

۱

(علی سعیدی زاده)

ابتدا معادله سهمی را استاندارد می‌کنیم تا مختصات کانون و خط هادی آن به دست آید.

$$(y + 3)^2 - 9 = 12x + 3 \Rightarrow (y + 3)^2 = 12(x + 1)$$

$$\Rightarrow \text{رأس سهمی } S = (-1, -3) = (\alpha, \beta)$$

$$4a = 12 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \text{کانون سهمی } F = (\alpha + a, \beta) = (2, -3)$$

$$\text{خط هادی: } x = \alpha - a \Rightarrow x = -4$$

۴

۳

۲

۱✓

ابتدا معادله سهمی را به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم تا مختصات رأس و کانون آن به دست آید.

$$(y+1)^2 - 1 = 16x + 15 \Rightarrow (y+1)^2 = 16(x+1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = (\alpha, \beta) = (-1, -1) \\ 4a = 16 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$

چون سهمی افقی است، مختصات کانون آن به صورت زیر است.

$$F = (\alpha + a, \beta) = (3, -1)$$

بنابراین دو سر قطر کوچک بیضی، نقاط $B(3, -1)$ و $B'(-1, -1)$ هستند و مرکز بیضی نقطه وسط پاره خط BB' می‌باشد.

$$O = \frac{B + B'}{2} = (1, -1) \Rightarrow b = |OB| = 2$$

با توجه به مختصات نقاط B و B' ، بیضی قائم است و معادله آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{a^2} = 1$$

برای تعیین a ، نقطه $(2, -4)$ را در این معادله صدق می‌دهیم.

$$\frac{1}{4} + \frac{9}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{9}{a^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow a^2 = 12$$

$$\Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۷۰)

 ۴

 ۳

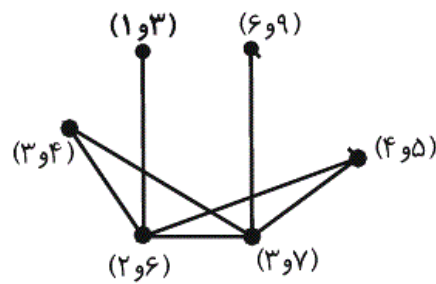
 ۲

 ۱

۱۴۱-

(عزیزاله علی‌اصغری)

شکل گراف را رسم می‌کنیم:



همانطور که مشاهده می‌شود این گراف ۲ دور به طول ۳ دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۸ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱

۱۴۲-

(هومن نورائی)

$$\left. \begin{array}{l} p = 8 \Rightarrow q(K_8) = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \\ q = 26 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{۲ یال باید حذف شود.}$$

۲ یال به ۲ طریق () می‌توانند از گراف K_8 حذف شوند. با

توجه به آنکه $\Delta = 7$ می‌باشد، پس $\Delta + \delta$ وقتی حداقل است که δ ، کمترین

مقدار ممکن باشد در نتیجه ۲ یال باید از یک رأس حذف شوند. در نتیجه

$$\delta_{\min} = 5 \text{ و } (\Delta + \delta)_{\min} = 7 + 5 = 12$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۴

۳

۲

۱

۱۴۳-

(علیرضا سیف)

فاصله دو رأس برابر ۷ است، یعنی از ۸ رأس (تمامی رئوس) استفاده شده، پس شکل

این گراف به صورت زیر خواهد بود. در نتیجه تعداد رئوس از درجهٔ ماکزیمم برابر ۶



خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

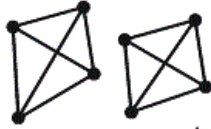
۴

۳

۲

۱

(رسول مفسنی منش)

این گراف به صورت  است. پس $p = 8$ و $q = 12$ است، لذا تعداد درایه‌های صفر A برابر است با:

$$p^2 - 2q = 64 - 2(12) = 40$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۲، ۱۳ و ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، کلیات و تقسیم‌پذیری، نظریه اعداد - ۱۳۹۶۱۰۲۲

(بواد فاطمی)

$$a = 54q + q^2 - 3 \quad 0 \leq r < b$$

$$0 \leq q^2 - 3 < 54$$

$$\Rightarrow 3 \leq q^2 < 57$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \leq q < \sqrt{57}$$

$$2 \leq q \leq 7$$

برای اینکه a فرد باشد، باید $q = 2, 4, 6$ باشد

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(هومن نورائی)

$$(ab)_8 = (ba)_7 \Rightarrow 8a + b = 7b + a \Rightarrow 4a = 6b \Rightarrow 2a = 3b$$

$$\frac{1 \leq a \leq 4}{1 \leq b \leq 4} \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 8 \Rightarrow \begin{array}{r} 8 \\ 6 \\ \hline 2 \end{array} \Rightarrow (12)_6$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم هر عدد اول بزرگتر از ۳ بصورت $6k \pm 1$ است، پس:

$$P^{P+3} = (6k \pm 1)^{6k \pm 1 + 3} = (6k \pm 1)^{2q} = 6k' + 1$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(علیرضا شریف فطیعی)

چون $2^n | 35!$ ، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} 2^n | 35! \Rightarrow n \text{ بزرگترین مقدار} = \left[\frac{35}{2} \right] + \left[\frac{35}{4} \right] + \left[\frac{35}{8} \right] + \left[\frac{35}{16} \right] + \left[\frac{35}{32} \right] + 0 = 32 \\ 3^n | 35! \Rightarrow n \text{ بزرگترین مقدار} = \left[\frac{35}{3} \right] + \left[\frac{35}{9} \right] + \left[\frac{35}{27} \right] + 0 = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{32} | 35! \Rightarrow 2^{15} | 35! \\ 3^{15} | 35! \end{cases} \Rightarrow 2^{15} \times 3^{15} | 35! \Rightarrow 6^{15} | 35!$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(بواز فاطمی)

$$m = d + 8 \rightarrow a'b'd = d + 8 \Rightarrow (a'b' - 1) \times d = 8$$

$$d = 1 \rightarrow a'b' - 1 = 8 \rightarrow a' = 9, b' = 1 \rightarrow a = 9, b = 1 \rightarrow a + b = 10$$

$$d = 2 \rightarrow a'b' - 1 = 4 \rightarrow a'b' = 5 \rightarrow a' = 5, b' = 1 \rightarrow a = 10, b = 2$$

$$\rightarrow a + b = 12$$

$$d = 4 \rightarrow a'b' - 1 = 2 \rightarrow a' = 3, b' = 1 \Rightarrow a = 12, b = 4$$

$$a + b = 16$$

$$d = 8 \rightarrow a'b' - 1 = 1 \rightarrow a' = 2, b' = 1 \rightarrow a = 16, b = 8$$

$$a + b = 24$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

$$n^3 - n = n(n^2 - 1); n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1)$$

داریم:

$$(n^3 - n, n^4 - 1) = ((n^2 - 1)n, (n^2 - 1)(n^2 + 1))$$

$$= (n^2 - 1) \cdot (n, n^2 + 1)$$

ولی $(n, n^2 + 1) = 1$ ، زیرا اگر $(n, n^2 + 1) = d$ ، آن‌گاه:

$$\begin{cases} d|n \\ d|n^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d|n^2 \\ d|n^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow d|1 \Rightarrow d = 1$$

$$(n^3 - n, n^4 - 1) = n^2 - 1 = 15 \rightarrow n^2 = 16 \rightarrow n = 4 \quad \text{لذا:}$$

$$[n + 2, 2n] = [6, 8] = 24 = 6n$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۱۰۲۲

(سراسری ریاضی - ۶۷)

-۱۲۱

$$a < b \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۳}} a^3 < b^3$$

(دیفرانسیل - یادآوری پایه: صفحه ۱۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، دنباله - ۱۳۹۶۱۰۲۲

$$(۱) \lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \times \frac{1}{n} = 1$$

$$(۲) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin n = 0 \times \text{دنباله کران دار} = 0$$

$$(۳) \lim_{n \rightarrow \infty} n \cos \frac{1}{n} = \infty \times 1 = \infty \text{ واگراست}$$

$$(۴) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \times (\cos n) = 0 \times \text{دنباله کران دار} = 0$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی - سوال ۱۱۱۳)

-۱۲۳

با توجه به اتحاد $(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2 + y^2)$ خواهیم داشت:

$$(a_n + b_n)^2 + (a_n - b_n)^2 = 2(a_n^2 + b_n^2)$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} ((a_n + b_n)^2 + (a_n - b_n)^2) = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{L_1^2 + L_2^2}{2}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3^n}{5 + 3^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{3^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{3^n \times 3^{-1}}$$

$$= \frac{1}{3^{-1}} = 3 \Rightarrow \text{همگرا} \Rightarrow \text{کراندار}$$

برای بررسی یکنوایی هم ابتدا a_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$a_1 = \frac{1 + 3^1}{5 + 3^{1-1}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

چون $a_1 < L$ ، پس با توجه به گزینه‌ها، دنباله a_n صعودی است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، حد، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۲۲

(سراسری ریاضی - ۷۸)

- ۱۲۵

فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = A$ باشد، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5 \Rightarrow \frac{2A - 1}{A + 1} = 5 \Rightarrow 2A - 1 = 5A + 5$$

$$\Rightarrow 3A = -6 \Rightarrow A = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای این که تابع f در $x = \frac{1}{2}$ حد داشته باشد، باید حد آن وقتی x با مقادیر

گویا به $\frac{1}{2}$ نزدیک می‌شود با حد آن وقتی x با مقادیر گنگ به $\frac{1}{2}$ نزدیک

می‌شود برابر باشد. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} x + a = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} 3x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + a = \frac{3}{2} + 1 \Rightarrow a = 2$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۶۹ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

حد مخرج تابع وقتی $x \rightarrow 1$ برابر صفر است. از آنجا که حد تابع عددی غیر صفر است، پس باید حد صورت وقتی $x \rightarrow 1$ نیز برابر صفر شود تا حد تابع، بی‌نهایت نشود.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{ax+b} - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{a+b} - 2 = 0 \Rightarrow a+b = 4 \quad (*)$$

بنابراین حد تابع ابهام $\frac{0}{0}$ دارد، با رفع ابهام $\frac{0}{0}$ حد تابع باید برابر $\frac{3}{2}$ شود.

برای رفع ابهام، صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b} - 2}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{ax+b} + 2}{\sqrt{ax+b} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\overbrace{ax+b}^{-a} - 4}{(x^2 - 1)(\sqrt{ax+b} + 2)} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax - a}{(x^2 - 1)(\sqrt{a+b} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)}{(x-1)(x+1)(2+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a}{4(x+1)} = \frac{a}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a = 12 \xrightarrow{(*)} b = 4 - 12 = -8$$

(دیفرانسیل - ص ۷ و پیوستگی: صفحه‌های ۶۹ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آنکه تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، باید $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \gamma x - \sin x}{x^2} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \Rightarrow f(0) = a \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \gamma x - \sin x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\gamma \sin x \cos x - \sin x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \frac{\gamma \cos x - 1}{x} = 1 \times \frac{1}{\pm} \Rightarrow \text{وجود ندارد}$$

بنابراین به ازای هیچ مقداری برای a ، تابع f نمی‌تواند در این نقطه پیوسته باشد.

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۷ تا ۹۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، پیوستگی، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۲۲

می‌دانیم اگر f تابعی پیوسته در بازه $[a, b]$ باشد و $f(a)f(b) < 0$ ، آنگاه

معادله $f(x) = 0$ در بازه (a, b) حداقل یک ریشه دارد.

$$f(x) = (a+2)x^2 - 7x + 4 - a = 0$$

باید $f(1)f(-1) < 0$ باشد، لذا:

$$f(1) = (a+2) - 7 + 4 - a = -1$$

$$f(-1) = (a+2) + 7 + 4 - a = 13$$

از آنجایی که $f(1)f(-1) = -13 < 0$ ، پس معادله همواره یک ریشه در بازه

$(-1, 1)$ به ازای هر مقدار دلخواه a خواهد داشت.

(ریفرانسیل - هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱

ابتدا قدر مطلق را با علامت مناسب برمی‌داریم. وقتی $0 < X < 1$ آنگاه در عبارت

$$\left| \frac{X}{X+1} \right|$$

صورت کسر منفی و مخرج آن مثبت است. پس داخل قدر مطلق منفی است. لذا

قدر مطلق را با علامت منفی برمی‌داریم و خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \left(\frac{-x}{x+1} \right) \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} + \frac{x}{x+1} \right) = \frac{-2}{0^-} + \frac{-1}{0^+} \quad (\text{ابهام } \infty - \infty \text{ دارد})$$

برای رفع ابهام با مخرج مشترک گیری داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x + x(x-1)}{(x-1)(x+1)} &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + x}{(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x \cancel{(x+1)}}{(x-1) \cancel{(x+1)}} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - م و پیوستگی: صفحه‌های ۶۹ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضیات گسسته - گواه ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۶۱۰۲۲

$$q(K_{p+1}) = q(K_p) + \gamma \Rightarrow \frac{(p+1)(p+1-1)}{2} = \frac{p(p-1)}{2} + \gamma$$

$$\Rightarrow p(p+1) = p(p-1) + 14 \Rightarrow p^2 + p = p^2 - p + 14 \Rightarrow p = 7$$

$$q(K_7) = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۲)

- ۱۵۲

$$pq = 50 \Rightarrow p \times \frac{p(p-1)}{2} = 50 \Rightarrow p^2(p-1) = 100 \Rightarrow p = 5$$

$$K_5 \text{ در } 4 \text{ به طول } = \binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 15$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

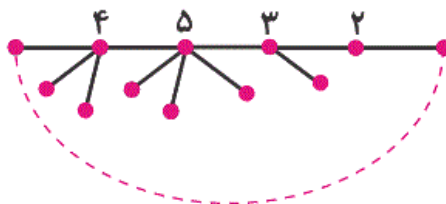
 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۱۵)

- ۱۵۳

گراف هم‌بند فاقد دور یعنی درخت. آن را رسم می‌کنیم به طوری که بیشترین طول مسیر ممکن را داشته باشد. با اضافه کردن یال نشان داده شده دوری به طول ۶ ایجاد می‌شود.



(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

درجات رئوس گراف از مرتبه ۵ حداکثر برابر ۴ می‌باشند و حاصلضرب درایه‌های قطری

ماتریس A^2 ، همان حاصلضرب درجات رئوس گراف است پس $72 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$

بنابراین این گراف دارای ۶ یال است و برای آن که به درخت از مرتبه ۵ تبدیل شود، باید ۲

یال حذف شود.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضیات گسسته - گواه، کلیات و تقسیم‌پذیری، نظریه اعداد - ۱۳۹۶۱۰۲۲

$$165 = br^2 + r \Rightarrow r | 165(*), r^2 < 165 (**)$$

با توجه به روابط (*) و (***) و این که $165 = 3 \times 5 \times 11$ ، داریم:

$$r = 1 \Rightarrow 165 = b + 1 \Rightarrow b = 164 > r = 1 \text{ (ق ق)}$$

$$r = 3 \Rightarrow 55 = 3b + 1 \Rightarrow 3b = 54$$

$$\Rightarrow b = 18 > r = 3 \text{ (ق ق)}$$

$$r = 5 \Rightarrow 33 = 5b + 1 \Rightarrow 5b = 32$$

$$\Rightarrow b = \frac{32}{5} \notin \mathbb{N} \text{ (غ ق ق)}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$(abc)_9 = (cb \cdot a)_5$$

$$\Rightarrow c + 9b + 81a = a + 25b + 125c$$

$$\Rightarrow 80a - 16b = 124c \Rightarrow 20a - 4b = 31c$$

$$\Rightarrow 4(5a - b) = 31c$$

بنابراین $c = 4$ است و در نتیجه $5a - b = 31$ خواهد بود، یعنی یا $a = 7$ و

$b = 4$ یا $a = 8$ و $b = 9$ است ولی چون در مبنای ۵، ارقام ۷، ۸ و ۹ وجود

ندارد، این حالت‌ها نشدنی هستند.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد صفرهای سمت راست عدد $75!$ برابر است با تعداد عوامل ۵ در تجزیه‌ی $75!$ به عوامل

اول.

$$\left[\frac{75}{5} \right] + \left[\frac{75}{25} \right] = 15 + 3 = 18$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نکته: اگر به حاصل ضرب اعداد اول کوچک‌تر از n یک واحد اضافه کنیم،

$$M = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_k + 1$$

غیر از ۱، بر هیچ کدام از اعداد کوچک‌تر از n بخش پذیر نمی‌باشد. در این سؤال $n = ۱۰۰$

است، یعنی اگر به حاصل ضرب اعداد اول کم‌تر از ۱۰۰، یک واحد اضافه کنیم، عدد حاصل به

غیر از یک به هیچ کدام از اعداد کم‌تر از ۱۰۰ قابل قسمت نیست، پاسخ گزینه «۱» است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۷)

- ۱۵۹

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک هر دو عدد طبیعی شمارنده‌ای از بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک

هر ترکیب خطی با ضرایب صحیح از آن دو عدد است. پس سعی می‌کنیم که بین دو عدد

$۲۵n + ۹$ و $۱۱n + ۴$ ، با انتخاب ضرایب مناسب در چند مرحله ضریب n را کوچک

کرده و در یک سمت n را حذف کنیم.

$$\begin{cases} (25n + 9) - 2(11n + 4) = 3n + 1 \\ 11n + 4 - 3(3n + 1) = 2n + 1 \\ 3n + 1 - 1(2n + 1) = n \\ 2n + 1 - 2(n) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (25n + 9, 11n + 4) \mid (n, 1)$$

به ازای هر عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد n و ۱ نسبت به هم اول هستند و تعداد کل اعداد

طبیعی دو رقمی ۹۰ تا است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد مقسوم‌علیه‌های ب.م.م دو عدد $۲۴ = ۲۳ + ۱$ می‌باشد.

$$d = (A, B) = ۲^۳ \times ۳^۲ \times ۵^x$$

$$\text{تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت} = (۳ + ۱)(۲ + ۱)(x + ۱) = ۲۴$$

$$\Rightarrow ۱۲x + ۱۲ = ۲۴ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow \alpha = ۱$$

$$m = [A, B] = ۲^۵ \times ۳^۴ \times ۵^۲ \times ۷^۲ \times ۱۱$$

$$\text{تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت} = (۵ + ۱)(۴ + ۱)(۲ + ۱)(۲ + ۱)(۱ + ۱)$$

$$= ۵۴۰$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir