



مطابقت ریاضی کنکور ۹۹ با

شبیہ ساز و تیر آخر

مهندس سامان سلامیان



روش های حل مسئله (تست) و یادگیری عمیق

۱- روش کلاسیک

۲- حذف حالات نامطلوب

۳- رسم منحنی

۴- کنترل جواب ها



تست ۴۱ تیر آخر:

۴۱- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < \bullet \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < \bullet$$

x	$-\infty$	-6	-1	$+\infty$
$p(x)$		-	•	+ ت.ت -

$$p(x) < \bullet \Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (1)$$

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > \bullet \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > \bullet$$

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
$q(x)$		+	ت.ت -	• +

$$q(x) > \bullet \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4 \quad (2)$$

(۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$

(۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$

(۳) $x > 4$

(۴) $x < -6$

اشتراک (۱) و (۲) جواب مسئله است که اجتماع دو بازه $(-\infty, -6)$ و $(4, +\infty)$ می باشد که به صورت $\mathbb{R} - [-6, 4]$ است.



۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ کدام است ؟

(تجربی ۹۹ مشابه تجربی ۹۶ . مطابقت با: تست ۴۱ تیر آخر، فیلم ۹، دقیقه ۲)

(۱) (۰/۶, ۱/۵)

(۲) (۰/۸, ۱/۲)

(۳) (۱, ۲)

(۴) (۰/۸, ۲)



راه نخست :

$$-1 < \frac{x+1}{2x-1} - 2 < 1 \rightarrow -1 < \frac{x+1-4x+2}{2x-1} < 1$$

$$\left| \frac{-3x+3}{2x-1} \right| < 1 \rightarrow |-3x+3| < |2x-1|$$

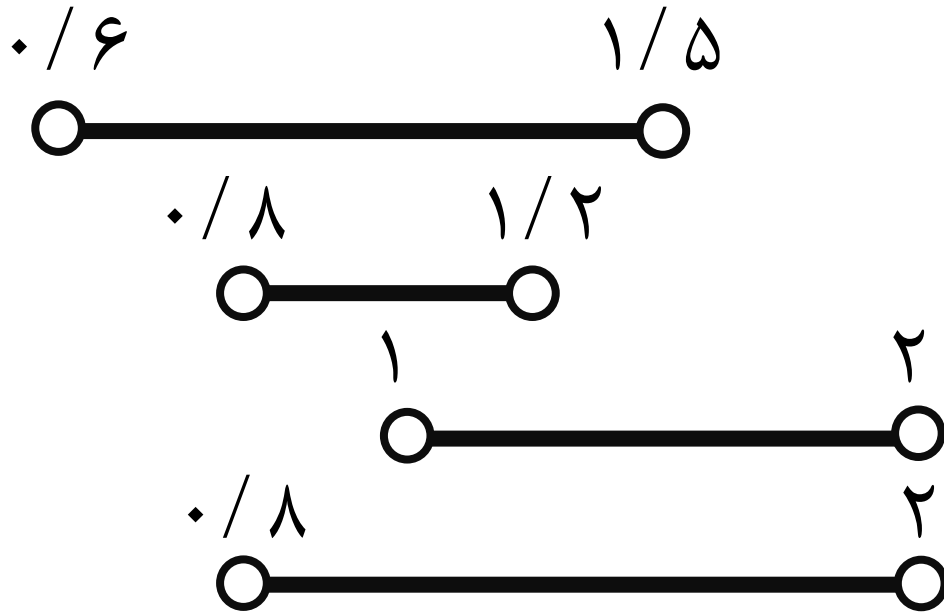
$$9x^2 - 18x + 9 < 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 5x^2 - 14x + 8 < 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4(5)(8)}}{2(5)} = \frac{14 \pm 6}{10}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 0.8 \rightarrow x \in (0.8, 2)$$



حذف حالات نامطلوب :



$$x = 1/9$$

$$1 < \frac{1/9 + 1 = 2/9}{2(1/9) - 1 = 2/8} = \frac{29}{28} < 3$$

O.K



یا گزینه ۳ یا گزینه ۴

$$x = 0/9$$

$$1 < \frac{0/9 + 1 = 1/9}{2(0/9) - 1 = 0/8} = \frac{19}{8} = 2/0 \dots < 3$$

O.K



پس گزینه ۴ صحیح است.



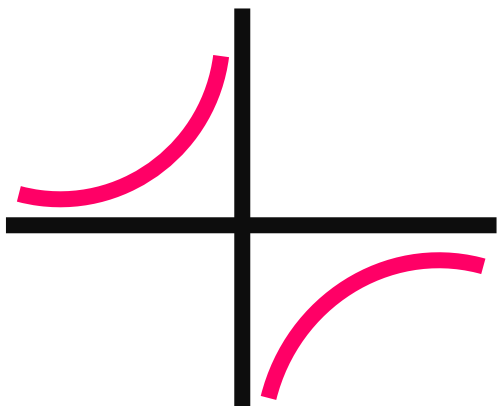
رسم تابع $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ (هموگرافیک) در y ثانیه :

ثانیه اول : ریشه مخرج $x =$

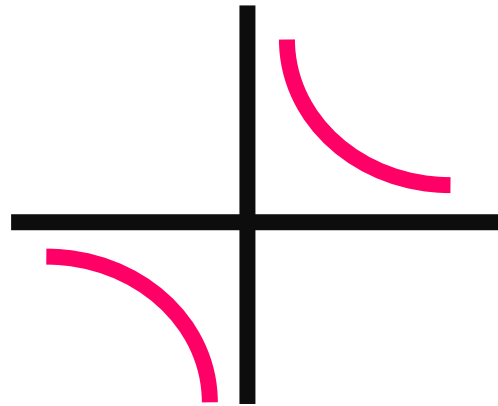
ثانیه دوم : $y = \frac{\text{پر توان صورت}}{\text{پر توان مخرج}}$

ثانیه سوم : $A(0, ?)$ (محل برخورد با y ها)

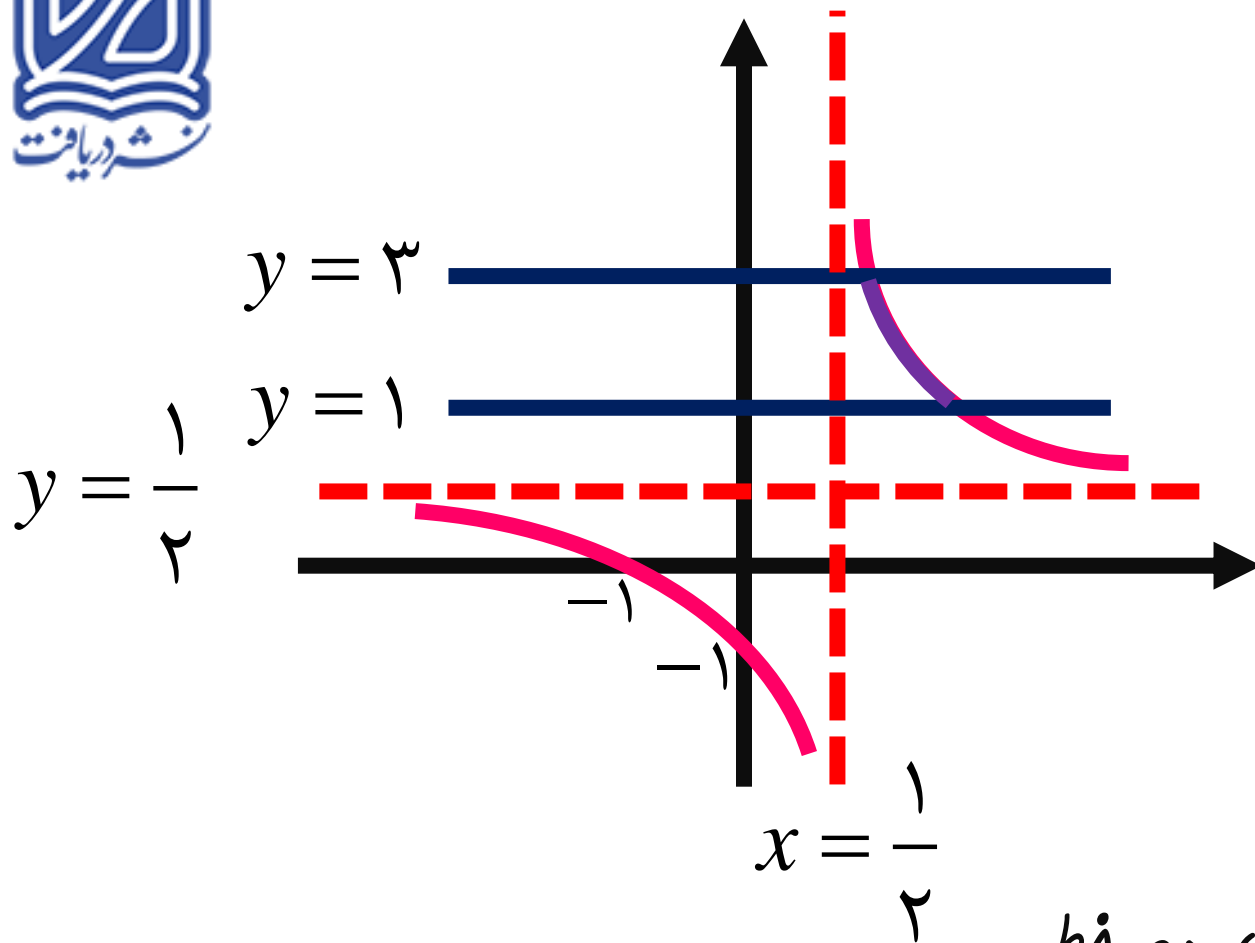
← ریشه مخرج $x =$ →



یا



$y = \frac{\text{پر توان صورت}}{\text{پر توان مخرج}}$



$$y = \frac{x+1}{2x-1} = 1$$

$$2x-1 = x+1 \Rightarrow x = 2$$

$$y = \frac{x+1}{2x-1} = 3$$

$$x+1 = 6x-3 \Rightarrow 4 = 5x$$

$$x = \frac{4}{5} = 0.8$$

می بینم که در بازه $x \in (0.8, 2)$ تابع بین دو خط افقی $y = 1$ ، $y = 3$ است.



تست ۱۶۳ تیر آخر:

۱۶۳- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی میکنیم که تعداد جملات

در هر دسته ، برابر شماره آن دسته باشد، ...، (۷، ۹، ۱۱)، (۳، ۵)، (۱)

مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی ام کدام است؟

(۱) ۱۷۰۰ دسته سوم دسته دوم دسته اول

(۲) ۱۷۵۰ و ... ۳ ۲ ۱

(۳) ۱۸۰۰ : تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول $1+2+3+...+29$

(۴) ۱۸۵۰

$$= \frac{29(29+1)}{2} = \frac{29 \times 30}{2} = 435$$



تست ۱۶۳ تیر آخر:

۱۶۳- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی میکنیم که تعداد جملات

در هر دسته ، برابر شماره آن دسته باشد، ...، (۷، ۹، ۱۱)، (۳، ۵)، (۱)،

مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی ام کدام است؟

(۱) ۱۷۰۰ پس اولین جمله دسته ۳۰ ام برابر با جمله ۴۳۶ ام دنباله اعداد طبیعی فرد است. دنباله اعداد طبیعی

فرد ، یک دنباله خط با جمله عمومی $a_n = 2n - 1$ است، بنابراین :

(۲) ۱۷۵۰

$$b_1 = a_{436} = 2 \times 436 - 1 = 871 = b_1$$

اولین جمله دسته ۳۰ ام

دسته ۳۰ ام ، ۳۰ جمله دارد ، بنابراین جمله آخر این دسته برابر است با :

(۳) ۱۸۰۰

$$b_{30} = b_1 + 29d \xrightarrow{b_1=871, d=2} 871 + 29 \times 2 = 929$$

(۴) ۱۸۵۰

(توجه کنید که جملات هر دسته ، یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ هستند) بنابراین :

$$b_1 + b_{30} = 871 + 929 = 1800$$



۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته بندی می کنیم. که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$ در دسته نهم واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن کدام است؟

مطابقت با: شماره ۱۶۳ تیرآخر (فیلم ۴۲، دقیقه ۸)

آخرین عدد دسته = 2^2 (شماره دسته)

آخرین عدد دسته هشتم: $8^2 = 64$

اولین عدد دسته نهم: ۶۵

آخرین عدد دسته نهم: $9^2 = 81$

+

(۱) ۷۱

(۲) ۷۲

(۳) ۷۳ ✓

(۴) ۷۴

$$\text{واسطه حسابی} = \frac{65 + 81}{2} = 73$$



تست ۱۳ تیر آخر:

۱۳- در تابع با ضابطه $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$

$$A \Big|_4 \in f \longrightarrow A' \Big|_4 \in f^{-1}$$

$$4 = -x + \sqrt{-2x} \rightarrow 4 + x = \sqrt{-2x}$$


$$16 + 8x + x^2 = -2x \Rightarrow x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)(x + 8) = 0 \cdot \begin{cases} x = -2 \checkmark \\ x = -8 \end{cases}$$

کدام است؟

(۱) -۸

(۲) -۵

(۳) -۲ 

(۴) تعریف نشده



۱۳۵- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار

$g(6) + g(12)$ کدام است؟

(تجربی ۹۹، مطابقت با: سوال شماره ۱۳ تیر آخر)

(۱) ۱۰

(۲) ۱۱

(۳) ۱۳

(۴) ۱۴



۱۰۷-اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند ، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است ؟

(ریاضی ۹۹ ، مطابقت با : سوال شماره ۱۳ تیر آخر)

$$(g^{-1}(f^{-1}(20)) = 16)$$

$$g(x) = \frac{9x+6}{1-x} = 16 \longrightarrow 9x+6 = 16-16x$$

$$25x = 10 \longrightarrow x = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

- ✓
- (۱) ۲ | ۵
 - (۲) ۲ | ۵
 - (۳) ۲ | ۳
 - (۴) ۳ | ۵



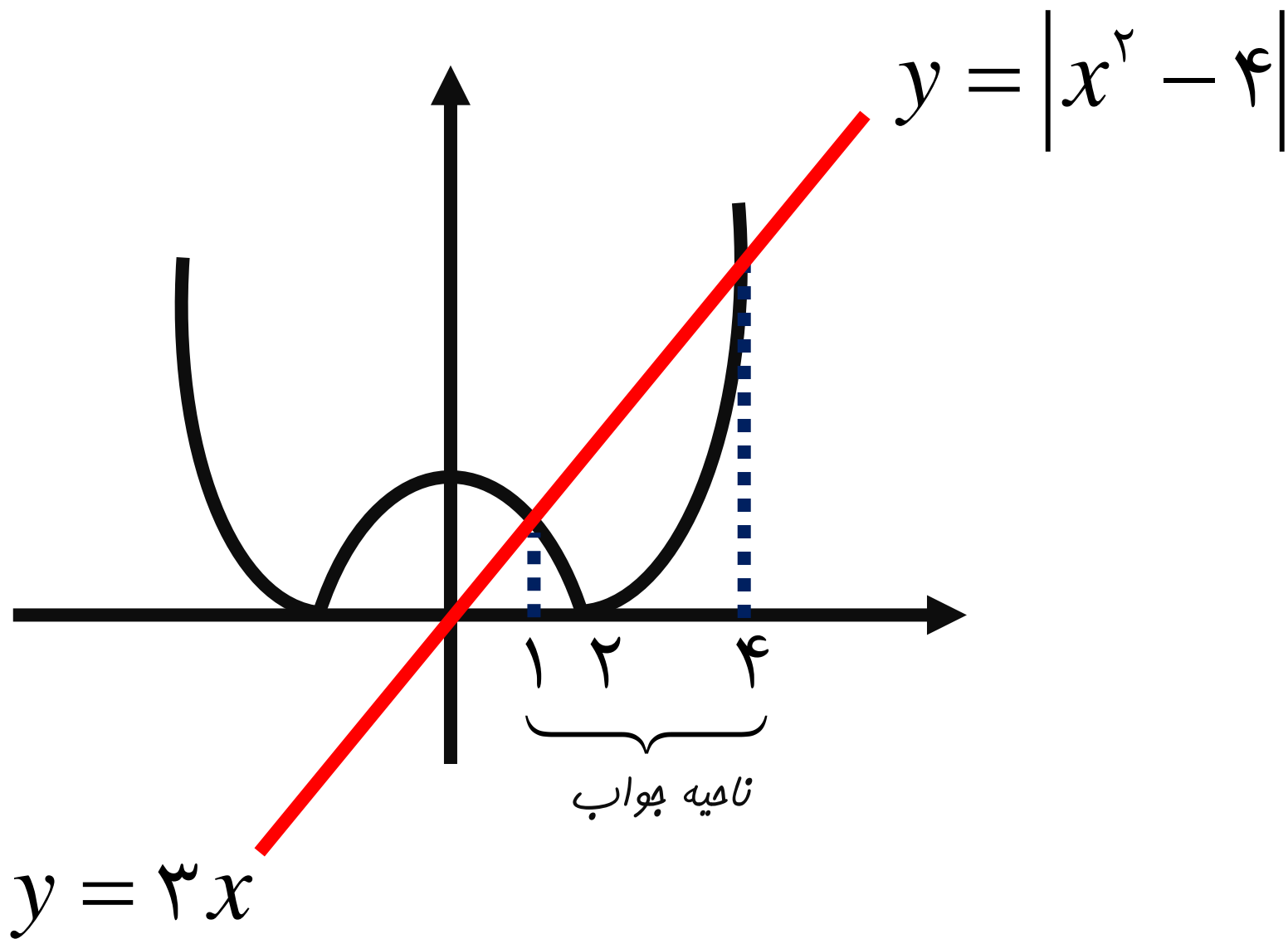
مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 4| < 3x$ بازه (a, b) است.

کدام است؟ (آزمون ۲ شبیه ساز، تست ۵)

$$(a = 1, b = 4) \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{4}$$



- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)
- (۵)





۱۳۳- در بازه (a, b) نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$

در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ ،

کدام است؟ (تجربی ۹۹)

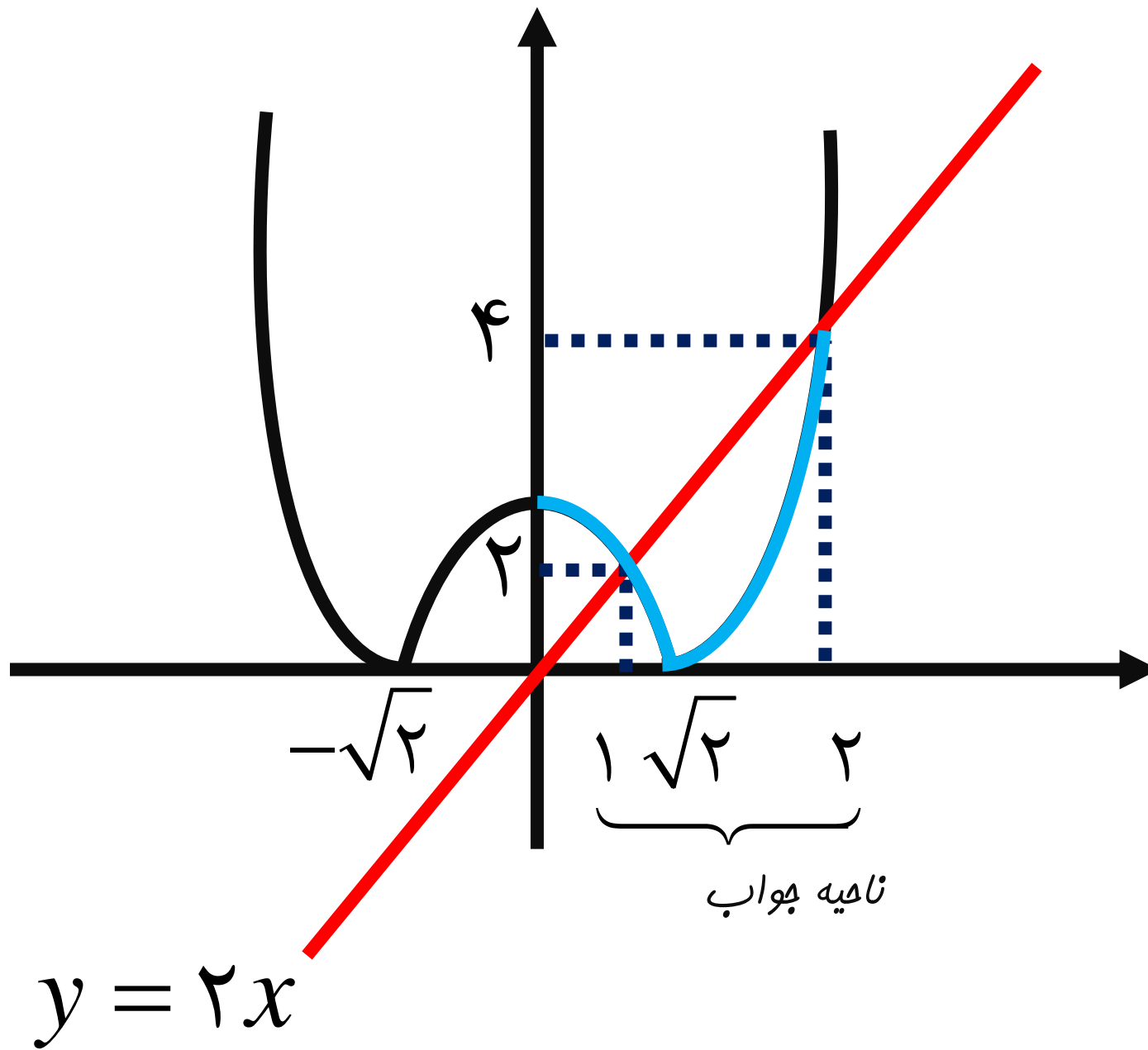
✓ ۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

$$(a = 1, b = 3) \rightarrow b - a = 2$$





قرینه خط $5 = 4y - 5x$ را نسبت به تابع همانی، خط Δ می نامیم. Δ خط $x = 0$ را با چه عرضی قطع می کند؟

(آزمون اولیه ساز، تست ۱)

(۱) ۱

(۲) -۱ ✓

(۳) ۴

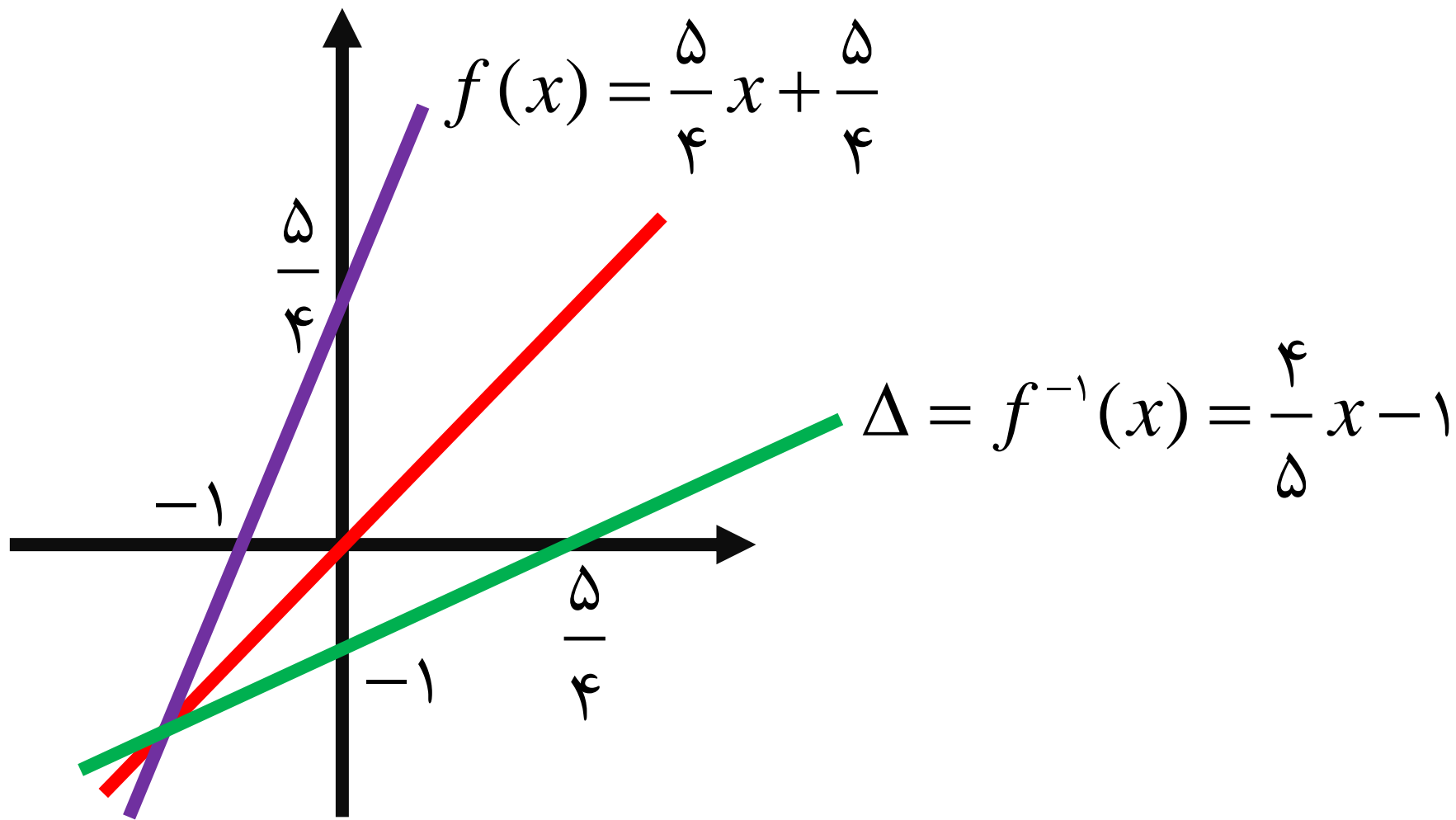
(۴) ۵

(۵) ۴

حل جبری :

$$4y - 5x = 5 \xrightarrow{y=0} x = -1$$

حل هندسی : $y = x$ برای f ، مانند آینه تفت عمل می کند.





۱۳۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $(0, +\infty)$ را D_f را

در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول

قطع می کند؟ (تجربی ۹۹)

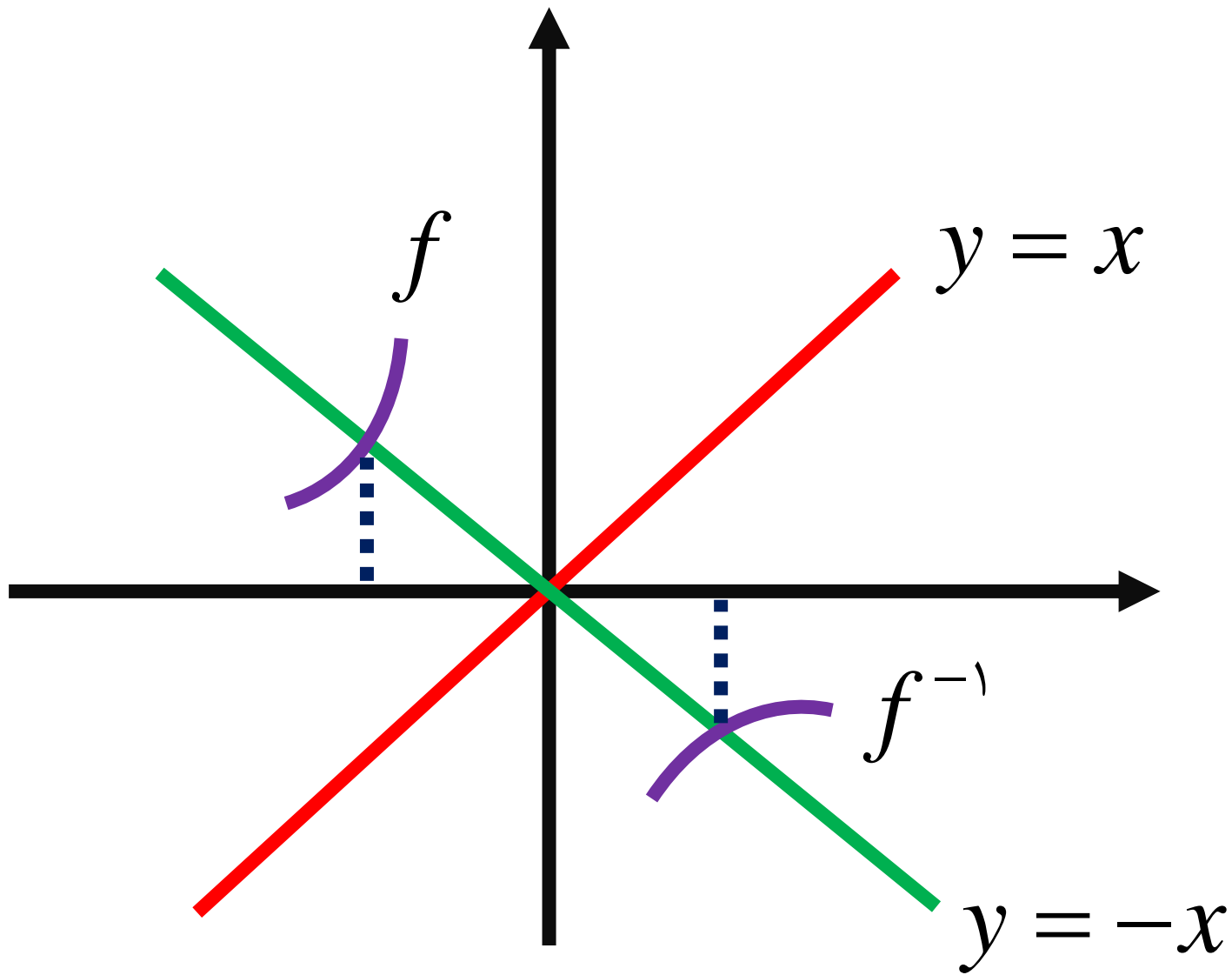
جایی که تابع معکوس به نیمساز ناحیه چهارم برخورد می کند، نظیر نقطه ای است که تابع اصلی به نیمساز ناحیه دوم برخورد می کند.

$$x - \frac{2}{x} = -x$$

$$2x = \frac{2}{x} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{\text{ناحیه ۴}} x = 1$$



- (۱) $\frac{3}{4}$
- (۲) ۱ ✓
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۲





۱۳۹- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع $f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟ (تجربی ۹۹)

$$2 = f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$$

$$a + \frac{1}{a} = 4$$

$$a^2 - 4a + 1 = 0$$

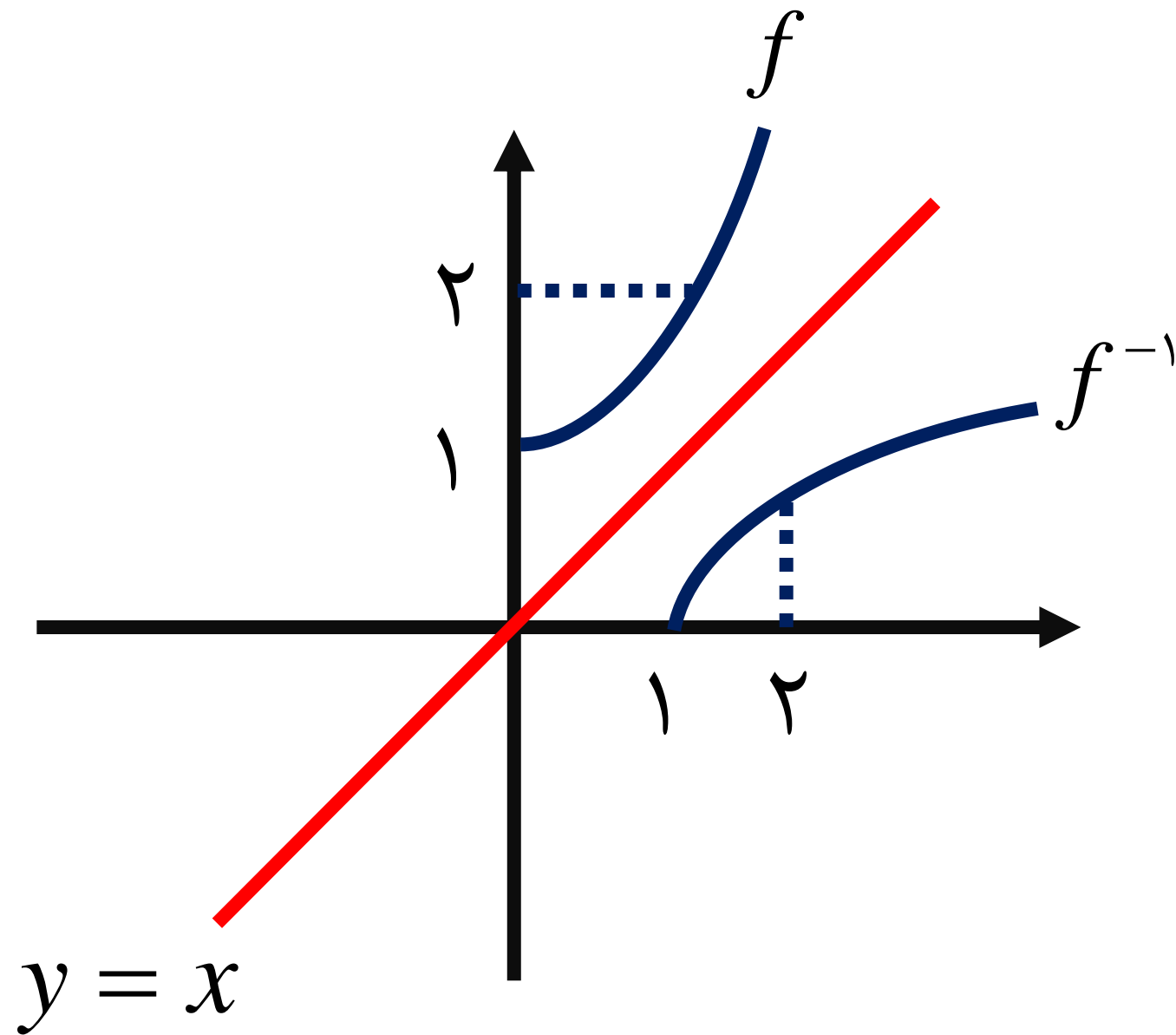
$$a = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} \begin{cases} a = 2 + \sqrt{3} = 2^x \\ a = 2 - \sqrt{3} = 2^x \end{cases}$$

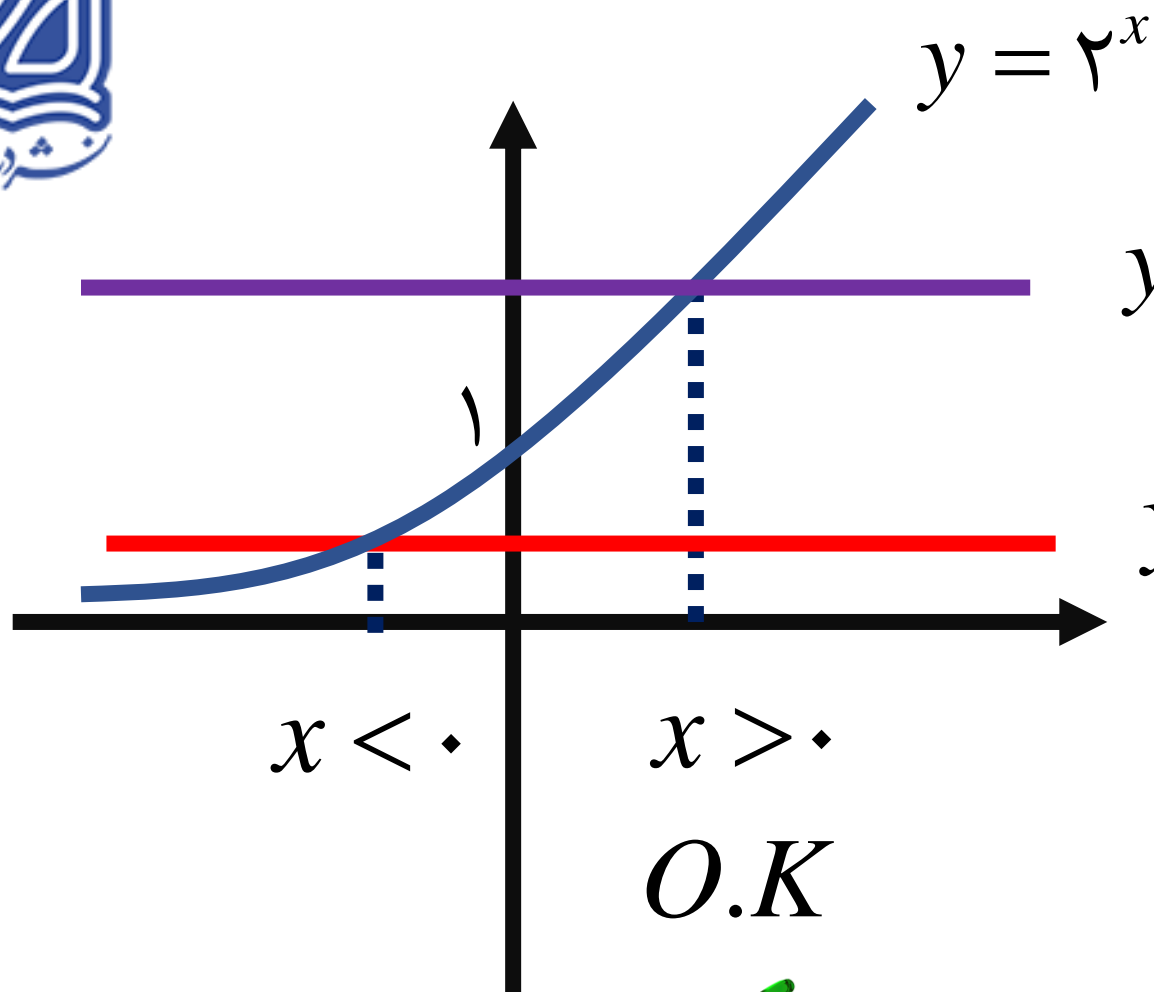
$$\log_2^{2-\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\log_2^{\sqrt{3}-1} \quad (2)$$

$$\log_2^{1+\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\log_2^{2+\sqrt{3}} \quad (4) \quad \checkmark$$





$$y = 2^x$$

$$y = 2 + \sqrt{3} = 2 + 1/\sqrt{3} = 3/\sqrt{3}$$

$$y = 2 - \sqrt{3} = 2 - 1/\sqrt{3} = 1/\sqrt{3}$$

$x < .$

$x > .$

O.K





$$f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$$

$$f(x) = \frac{2^{\log_r^{2+\sqrt{3}}} + 2^{-\log_r^{(2+\sqrt{3})}}}{2} \quad a^{\log_b^a} = b$$

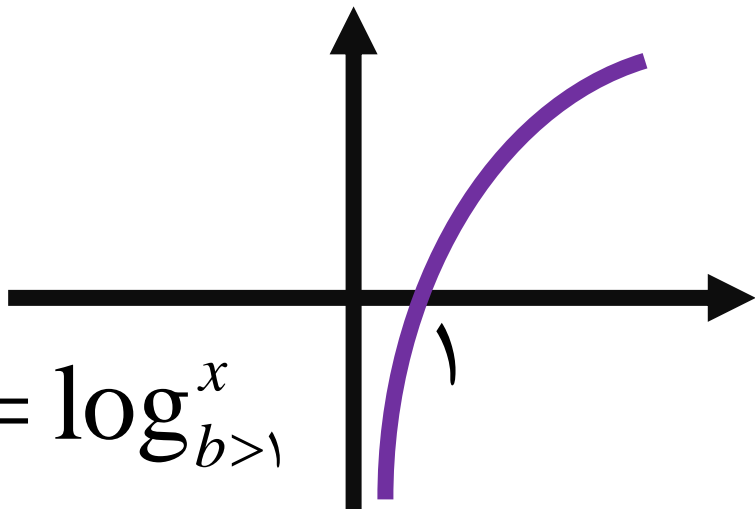
$$f(x) = \frac{2 + \sqrt{3} + \frac{1}{(2 + \sqrt{3})}}{2} = \frac{(2 + \sqrt{3})^2 + 1}{2(2 + \sqrt{3})}$$

$$f(x) = \frac{(4 + 2\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{8 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 6}{4 - 3 = 1} = 2$$

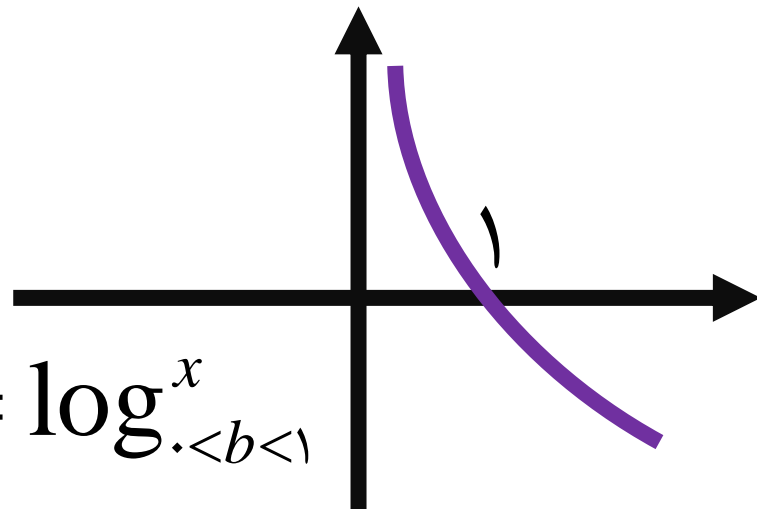


کنکورهای ۹۹ به همراهت می گوید که برای

$$y = \log_b^x$$

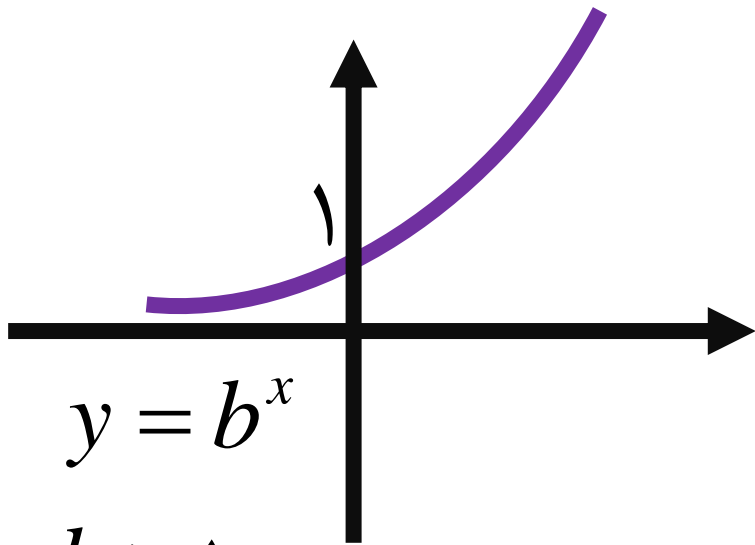


$$y = \log_b^x$$



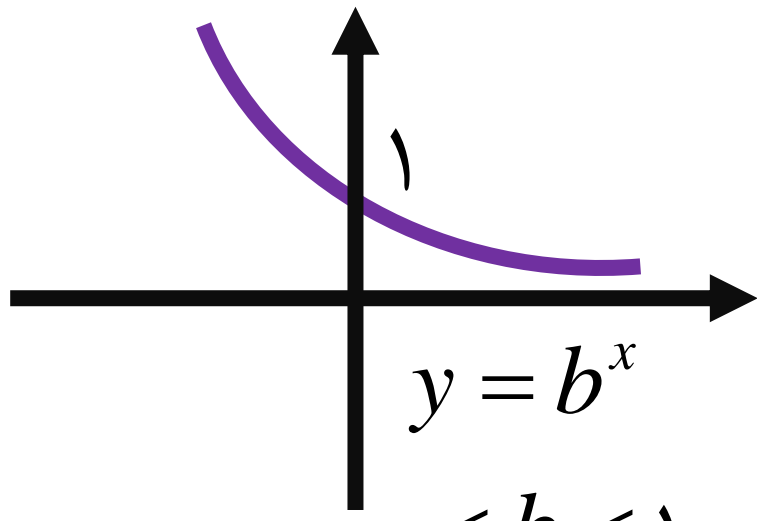
$$y = b^x$$

$$b > 1$$



$$y = b^x$$

$$0 < b < 1$$



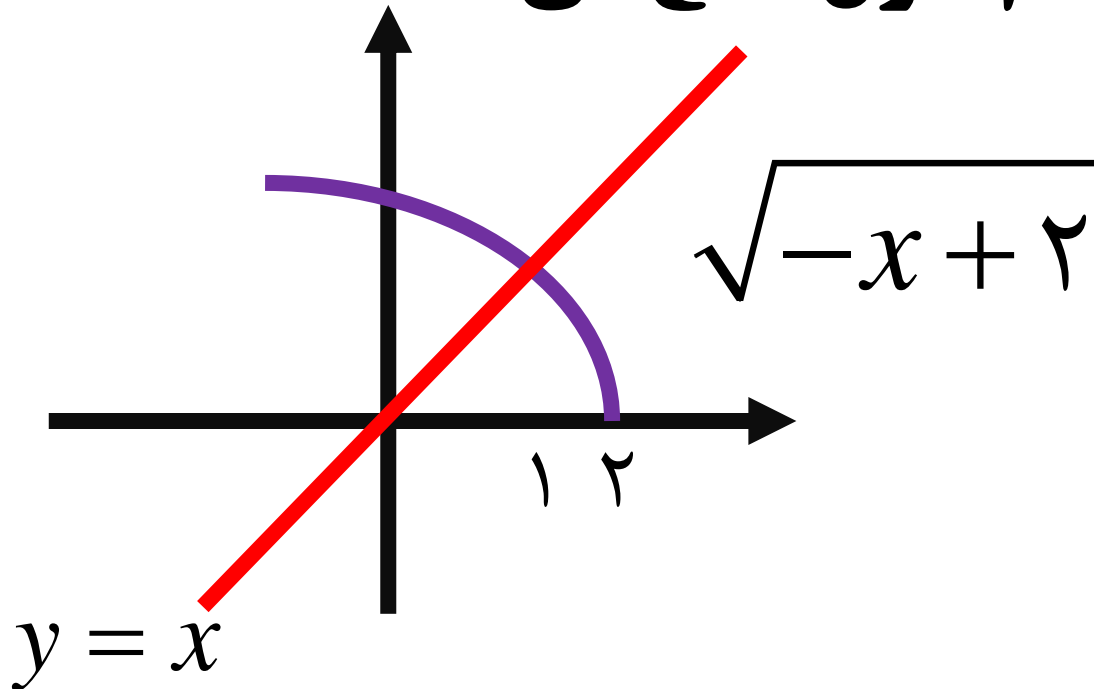


تست ۱۶ تیر آخر:

۱۶- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین

کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می دهیم. نمودار

حاصل، نیمساز ناحیه اول و سوم را با کدام طول قطع می کند؟



(۱) -۲

(۲) ۰/۵

(۳) ۱ ✓

(۴) ۱/۵



۱۳۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها،

۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در

جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با

نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟ (تجربی ۹۹)

(۱) $4\sqrt{15}$

(۲) $6\sqrt{7}$

(۳) $4\sqrt{17}$ ✓

(۴) $6\sqrt{10}$

$$\sqrt{x} = \sqrt{x-12} + 2$$

$$x = 16 \quad M(16, 4)$$

با توجه به شکل چه عددی میفوره؟

$$OM = \sqrt{16^2 + 4^2} = \sqrt{8^2 + 2^4} = 4\sqrt{16+1} = 4\sqrt{17}$$

