

به نام او

«آنالیز ترکیبی»

آنالیز ترکیبی یعنی شمارش تعداد حالت‌های انجام یک عمل و هدف آن در یک جمله این است: «شمارش، بدون شمردن» در حقیقت می‌خواهیم تعداد حالت‌های انجام یک کار را بدن این که همه‌ی حالت‌ها را بشماریم، شمارش کنیم.

اصل ضرب (شمارش)

پس هدف از آنالیز ترکیبی، شمارش تعداد حالت‌های انجام یک کار است. این کار از چند قسمت تشکیل شده و طبق اصل ضرب، باید تعداد حالت‌های قسمت‌های مختلف را در هم ضرب کنیم. پس اگر قسمت اول دارای n_1 حالت، قسمت دوم دارای n_2 حالت، و باشد، برای انجام کل این قسمت‌ها با هم، $n_1 \times n_2 \times \dots$ حالت داریم.

اصل ضرب با «و» همراه است. (و، \cap ، \times : قرابت معنایی دارند).



۱- بین دو شهر A و B دو جاده و بین شهرهای B و C چهار جاده وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A (از طریق شهر B) به شهر C رسید؟ (کتاب درسی)

۲۴ (۴)

۶ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

- به چند طریق می‌توان از A (از طریق B) به C رفت و برگشت به صورتی که هیچ مسیری ۲ بار تکرار نشود؟

۲- در یک آزمون تستی ۵ سؤالی، هر سؤال ۴ گزینه دارد. اگر در هر سؤال فقط یک گزینه انتخاب شود، چند پاسخنامه مختلف داریم؟ (کتاب درسی)

۱۰۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۶۲۵ (۱)

۳- در یک آزمون چند گزینه‌ای شامل ۶ سؤال ۴ گزینه‌ای، اگر فردی به سؤال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد، به چند طریق می‌تواند این کار را انجام بدهد، اگر بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟

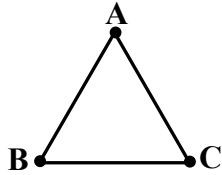
۶۵ (۴)

۵۶ (۳)

۶۴ (۲)

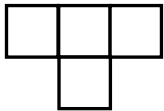
۴۶ (۱)

۴- با رنگ‌های قرمز، سیاه و سبز به چند طریق می‌توان رأس‌های مثلث مقابل را رنگ‌آمیزی کرد، به طوری که از سه رنگ مختلف استفاده کرده باشیم؟ (کتاب درسی)



- | | |
|-------|--------|
| ۹ (۲) | ۱۸ (۱) |
| ۶ (۴) | ۲۷ (۳) |

۵- با استفاده از سه رنگ قرمز، سبز و آبی، به چند روش می‌توان خانه‌های جدول روبرو را رنگ کرد؟ (کتاب درسی)



- | | |
|--------|--------|
| ۱۲ (۲) | ۷ (۱) |
| ۶۴ (۴) | ۸۱ (۳) |

۶- چند کلمه دو حرفی با استفاده از حروف a, b, c و d می‌توان ساخت؟ (کتاب درسی)

- | | | | |
|--------|--------|--------|-------|
| ۲۴ (۴) | ۱۶ (۳) | ۱۲ (۲) | ۸ (۱) |
|--------|--------|--------|-------|

۷- با استفاده از سه رنگ قرمز، سبز و آبی، به چند روش می‌توان پنج خانه‌ی کنار هم را رنگ کرد که خانه‌های مجاور رنگ متفاوتی داشته باشند؟ (کتاب درسی)

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ۸۱ (۴) | ۳۲ (۳) | ۴۸ (۲) | ۷۲ (۱) |
|--------|--------|--------|--------|

۸- در بسط عبارت $(a + b + c)(x + y)(m + n)$ چند جمله وجود دارد؟ (کتاب درسی)

- | | | | |
|--------|-------|-------|-------|
| ۱۲ (۴) | ۸ (۳) | ۶ (۲) | ۵ (۱) |
|--------|-------|-------|-------|

۹- عبارت $(x + y - z)(2a + 2b + c - d)$ چند جمله فاقد y دارد؟

- ۹ (۴) ۱۲ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱)

۱۰- در یک کشور، نوعی اتومبیل در ۴ مدل، ۸ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می‌شود. اگر یکی از رنگ‌های تولید شده خاکستری باشد، چند نوع از این اتومبیل با رنگ خاکستری و دنده‌ی اتوماتیک تولید می‌شود؟

- ۱۶ (۴) ۲۴ (۳) ۹۶ (۲) ۱۲ (۱)

وقتی تکرار مجاز نیست و اشیاء متمایز هستند، شروع شمارش از خانه‌ای است که محدودیت در آن خانه وجود داشته باشد.



۱۱- پنج نفر به چند طریق می‌توانند در یک اتومبیل معمولی بنشینند در صورتی که ۳ نفر آن‌ها گواهی نامه داشته باشند؟

(سنجش تجربی)

- ۳۶ (۴) ۷۲ (۳) ۲۴ (۲) ۱۲ (۱)

۱۲- با حروف کلمه جمهوری به چند طریق می‌توان کلمات ۳ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان ساخت که حرف اول آن‌ها نقطه‌دار نباشد؟ (سنجش تجربی)

- ۶۴ (۴) ۸۰ (۳) ۲۵۶ (۲) ۱۴۴ (۱)



مجموعه‌ی n عضوی به تعداد 2^n زیر مجموعه دارد، چون برای هر عضوی دو حالت در نظر می‌گیریم (بودن یا نبودن). بنابراین طبق اصل ضرب اگر مجموعه‌ای دارای n عضو باشد خواهیم داشت:

$$\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_n = 2^n$$

۱۳- مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند زیر مجموعه‌ی شامل ۲ و فاقد ۳ و ۶ دارد؟

۱ (۳) ۲ (۶) ۳ (۱) ۴ (۱)

۱۴- مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند زیر مجموعه دارد که شامل ۱ و ۲ و فاقد ۳ باشند؟

۱ (۶۱) ۲ (۱۸) ۳ (۸) ۴ (۳۲)

۱۵- چند زیر مجموعه از مجموعه‌ی $\{a, b, \{a, b\}, \{b, a\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارد؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

۱ (۴) ۲ (۶) ۳ (۸) ۴ (۱۲)

۱۶- مجموعه‌ی $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ دارای چند زیر مجموعه شامل عضو a می‌باشد؟

۱ (۴) ۲ (۶) ۳ (۸) ۴ (۱۲)

۱۷- چند تابع از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $\{5, 6, 7\}$ قابل تعریف است؟

- ۷ (۴) ۳^۴ (۳) ۴^۳ (۲) ۱۲ (۱)

۱۸- چند تابع یک به یک از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ به مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ قابل تعریف است؟

- ۲×۱۰! (۴) ۱ (۳) ۱۰! (۲) ۱۰ (۱)

جایگشت (تبدیل/ترتیب)

اگر تعدادی شیء متمایز داشته باشیم (یعنی تکرار ارقام و حروف مجاز نباشد)، کنار هم قرار گرفتن آن‌ها را جایگشت می‌نامیم. در جایگشت از هر عضو فقط یک بار استفاده می‌شود و تعداد حالات در هر قسمت قبلی، یک واحد کم‌تر می‌شود. **خلاصه:** اگر تعداد حالات گشتن، انتخاب کردن و سپس جا دادن را بپرسند ← جایگشت

$$P_n = n(n-1)\dots \times 1 = n!$$

جایگشت n شیء متمایز از n شیء متمایز:

مثال: ۴ نفر به چند طریق به ترتیب می‌توانند از خط پایان رد شوند؟ ۴!

۱۹- شخصی با ۵ نفر از دوستانش وارد اتاق می‌شوند. اگر خودش بنشیند، بقیه به چند طریق می‌توانند در کنار او در یک ردیف بنشینند؟ (خارج ۸۹)

- ۶۰۰ (۴) ۷۰۰ (۳) ۶۲۵ (۲) ۷۲۰ (۱)

۲۰- در سؤال بالا چنان چه شخصی که وارد اتاق می‌شود در جای خاصی بنشیند. بقیه به چند طریق می‌توانند کنار او در یک ردیف بنشینند؟

- ۷۰۰ (۴) ۷۲۰ (۳) ۶۲۱ (۲) ۱۲۰ (۱)

۲۱- با حروف کلمه‌ی «جهانگردی» و بدون تکرار حروف، چند کلمه‌ی ۸ حرفی می‌توان نوشت که به حرف «ی» ختم می‌شود؟
(کتاب درسی)

$9 \times 8! \quad (4)$

$8! \quad (3)$

$4 \times 6! \quad (2)$

$7 \times 6! \quad (1)$

۲۲- قرار است ۴ مرد و ۴ زن در یک صف بایستند. به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم به شرطی که جایگاه سمت چپ حتماً یک مرد باشد؟

$8! \quad (4)$

$4 \times 7! \quad (3)$

$2 \times 7! \quad (2)$

$7! \quad (1)$

گاهی اوقات در چیدن n شیء کنار هم، می‌خواهیم اشیای خاص کنار هم باشند. در این صورت باید آن‌ها در یک دسته بگذاریم و یک شیء در نظر بگیریم.

مثال: ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ را به طریقی کنار هم قرار داده‌ایم که رقم‌های فرد کنار هم باشند. تعداد ۵ رقمی‌های حاصل کدام است؟

۲۳- سه کتاب ریاضی متمایز و پنج کتاب شیمی متمایز را در قفسه قرار می‌دهیم. در چند حالت کتاب‌های ریاضی متمایز کنار هم هستند؟

$2(6!) \quad (4)$

$6(6!) \quad (3)$

$3(6!) \quad (2)$

$6! \quad (1)$

۲۴- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «computer» که در آن‌ها سه حرف c ، m ، o به صورت com باشند، چند تا است؟
(کتاب درسی)

$6! \times 3! \quad (4)$

$6! \quad (3)$

$5! \quad (2)$

$\frac{8!}{3!} \quad (1)$

۲۵- حروف کلمه‌ی LAGRANGE را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می‌دهیم. در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرد؟ (تجربی ۸۴)

۱۴۴۰ (۴) ۷۲۰ (۳) ۵۴۰ (۲) ۳۶۰ (۱)



اگر صورت سؤال گفت، فقط ۲ شیء کنار هم نباشند، خواهیم داشت: حالات نامطلوب - کل حالات = حالات مطلوب

۲۶- با حروف کلمه‌ی MOBILE چند جایگشت داریم که حروف I و L کنار هم نباشند؟

۶۰۰ (۴) ۴۸۰ (۳) ۳۶۰ (۲) ۲۴۰ (۱)

۲۷- با حروف کلمه‌ی STABLE چند جایگشت وجود دارد که A و B در کنار هم باشند و S و E در کنار هم نباشند؟

۲۴۰ (۴) ۲۱۶ (۳) ۱۴۴ (۲) ۹۶ (۱)



گاهی اوقات اشیائی که کنار هم قرار می‌گیرند از دو نوع هستند و ما می‌خواهیم آن‌ها را یک در میان بگذاریم. البته این کار فقط وقتی امکان‌پذیر است که:

(۱) دو گروه m عضوی داشته باشیم که در این حالت تعداد حالات برابر است با: $m!m!$

(۲) یک گروه m عضوی و گروه دیگر $m+1$ عضوی باشد که در این حالت تعداد حالات برابر است با: $(m+1)!m!$

۲۸- ۴ مرد و ۴ زن را به چند طریق می‌توان یکی در میان کنار هم چید؟

۷۲ (۴) ۴! (۳) $2(24)^2$ (۲) ۴!۴! (۱)

۲۹- ۴ پسر و ۳ دختر به چند طریق کنار هم قرار می‌گیرند به طوری که هیچ ۲ پسری کنار هم نباشند؟

۳!۴! (۴) $2(3!)(4!)$ (۳) ۴! (۲) ۳! (۱)

۳۰- ۴ پسر و ۳ دختر به چند طریق کنار هم قرار می‌گیرند که هیچ ۲ دختری کنار هم نباشند؟
 ۲!۴! (۱) ۲(۳!)(۴!) (۲) ۱۴۴۰ (۳) ۷! (۴)

۳۱- با حروف کلمه‌ی SALAMAT چند جایگشت وجود دارد که A ها یک در میان باشد؟
 ۴! (۱) ۳!×۴! (۲) ۳×۴! (۳) ۴×۳! (۴)

۳۲- ۳ نوع کتاب علمی و ۴ نوع کتاب ادبی متمایز را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم قرارداد به طوری که کتاب‌های علمی یک در میان قرار بگیرند؟

۳!×۴! (۱) $\binom{5}{3} \times 3! \times 4!$ (۲) ۳×۳!×۴! (۳) ۲(۳!)(۴!) (۴)

۳۳- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، چند عدد شش رقمی (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت که در آن هیچ‌کدام از ارقام فرد کنار هم نباشند؟

۱۳۰ (۱) ۳۶ (۲) ۱۴۴ (۳) ۷۲ (۴)

۳۴- با جایجایی ارقام ۲۲۲۶۷۵ چند عدد شش رقمی می‌توان تشکیل داد که رقم‌های ۲ یکی در میان قرار بگیرند؟
 ۳!۳! (۱) ۲(۳!)(۳!) (۲) ۱۲ (۳) ۳! (۴)

جایگشت با تکرار اشیاء: گاهی اوقات در بین اشیائی که می‌چینیم، تکراری هم وجود دارد. اما فاکتوریل فقط برای اشیاء متمایز بود. در این حالت اگر n شیء داشته باشیم که k تا تکراری بودند، تعداد جایگشت‌ها می‌شود $\frac{n!}{k!}$

۳۵- چند عدد شش رقمی با ارقام ۱۱۱۱۲۲ می توان ساخت؟

۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۷۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴)

۳۶- با ارقام ۴ و ۴ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۱ چند عدد ۷ رقمی می توان ساخت؟

۱۰۵ (۱) ۲۱۰ (۲) ۴۲۰ (۳) ۸۴۰ (۴)

۳۷- حروف کلمه‌ی STATISTICS را به چند طریق می توان کنار هم چید که Sها کنار هم و حروف صدادار نیز کنار هم باشند؟

$\frac{6!}{3}$ (۱) ۵! (۲) ۶! (۳) $\frac{6!}{3}$ (۴)

- اگر در بین ارقام هم صفر داشته باشیم و هم تکراری، مسئله را به این صورت حل می کنیم که ارقام تکراری همگی متمایز هستند و سپس تقسیم بر فاکتوریل تکراری ها می کنیم. حواسمان باشد که باید از همه‌ی ارقام داده شده استفاده کنیم.

مثال: با ارقام ۰ و ۲ و ۲ و ۲ و ۲ و ۱ و ۱ و ۱ چند عدد:

$$\frac{7|7!}{3!4!} \text{ الف) } ۸ \text{ رقمی}$$

$$\frac{7 \times 7!}{3! \times 4!} \text{ ب) } ۷ \text{ رقمی}$$

جایگشت‌های n تایی از n شی با تکرار یا بدون تکرار اشیاء با جایگشت‌های $(n-1)$ تایی آن برابر است.

$$p(n, n-1) = p(n, n) = n!$$

$$\frac{6|6!|3}{3!4!} \text{ ج) } ۸ \text{ رقمی فرد}$$

د) ۸ رقمی زوج

در این قسمت از ۲ راه می توان مسئله را حل کرد:

$$\text{تعداد زوجها : الف} = \frac{7 \times 7!}{3!4!} - \frac{6 \times 6! \times 3}{3!4!} = 155$$

ب:
$$\left\{ \begin{array}{c} \boxed{7!1} \\ \boxed{3!4!} \\ \boxed{6!6!4} \\ \boxed{3!4!} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 155$$

در واقع چنانچه رقم تکراری به ما داده شد ما باید حتما به همان تعداد از آن استفاده کنیم.

یعنی فرض بر این است که تکرار مجاز نیست.

۳۸- با ارقام {۱, ۲, ۰, ۰, ۰} چند عدد چهار رقمی می توان نوشت؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

۳۹- چند عدد ۵ رقمی با ارقام ۲ و ۰ و ۰ و ۰ و ۳ می توان نوشت؟

۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۲۰ (۲)

۸ (۱)

جمع بندی: چنانچه در بین ارقام ، تکراری داشته باشیم ، فقط و فقط باید به همان تعداد از تکراری ها استفاده کنیم. در واقع در این تیپ سوالات فرض بر این است که تکراری های داده شده متمایز هستند و در نهایت تقسیم بر فاکتوریل تکراری ها می کنیم.

۴۰- تعداد جایگشت های حروف کلمه ی SYSTEM به طوری که Sها کنار هم نباشند کدام است؟ (خارج ۹۲)

۳۶۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

مثال: حروف کلمه ی SALAMAT را کنار هم قرار می دهیم .

الف) در چند حالت ، همه ی A ها کنار هم نیستند؟

ب) در چند حالت ، A ها کنار هم نیستند؟



گاهی اوقات n شیء متمایز را کنار هم قرار می‌دهیم و می‌خواهیم r تا از آن‌ها به ترتیب خاصی باشند. در این صورت تعداد

$$\frac{n!}{r!}$$

جایگشت‌ها می‌شود

۴۱- با ارقام ۱ و ۲ و ... و ۷ چند عدد ۷ رقمی می‌توان ساخت که در آن‌ها ارقام زوج به ترتیب صعودی از راست به چپ نوشته شوند؟

$$\frac{7!}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{7!}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{7!}{2} \quad (۲)$$

$$7! \quad (۱)$$

۴۲- امید، سامان، ساسان و سه نفر دیگر وارد اتاق می‌شوند. در چند حالت امید بین سامان و ساسان وارد می‌شود؟

$$720 \quad (۴)$$

$$360 \quad (۳)$$

$$240 \quad (۲)$$

$$120 \quad (۱)$$

شمردن حالات مختلف نوشتن یک عدد:

- (۱) اگر در متن تست، «بدون تکرار ارقام» یا «با تکرار ارقام متمایز» دیده نشود، تکرار ارقام مجاز است.
- (۲) «با جابجایی ارقام» یعنی تکرار مجاز نیست.
- (۳) «ارقام را به تصادف کنار هم قرار می‌دهیم» یعنی تکرار مجاز نیست.
- (۴) هرگاه تکرار مجاز نباشد از جایی شروع به شمارش می‌کنیم که محدودیت رقم‌گذاری در آنجا است.

۴۳- چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت که فاقد رقم ۸ باشد؟ (کتاب درسی)

$$512 \quad (۴)$$

$$648 \quad (۳)$$

$$729 \quad (۲)$$

$$800 \quad (۱)$$

۴۴- با ارقام ۵ و ۴ و ۰ و ۱ چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام وجود دارد؟

$$81 \quad (۴)$$

$$27 \quad (۳)$$

$$18 \quad (۲)$$

$$12 \quad (۱)$$

۴۵- چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟ (تجربی ۹۰)

۷۲ (۱) ۸۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۸ (۴)

۴۶- با جایابی ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی فرد می‌توان نوشت؟ (سنجش ۸۷)

۱۶ (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴)

چنان چه «صفر»، عضو مؤثر باشد بایستی مسئله را دو قسمتی حل کرده و با کمک اصل جمع مسئله را حل می‌کنیم.



مؤثر شدن عضو «صفر»:

(۱) تکرار مجاز نباشد.

(۲) صفر بین ارقام موجود باشد.

(۳) زوج یا بخش‌پذیر بر ۵ مطرح باشد.

مثال: چند عدد زوج ۲ رقمی با ارقام متمایز داریم؟

۴۷- با ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی زوج می‌توان نوشت که هیچ کدام از ارقام آن تکرار نشده باشد؟

۴۸ (۱) ۲۰ (۲) ۳۲ (۳) ۵۲ (۴)

۴۸- یک عدد سه رقمی را متقارن می‌نامیم، اگر رقم یکان و صدگانش برابر باشند، مانند ۲۳۲. چند عدد سه رقمی متقارن داریم؟ (کتاب درسی)

۸۱ (۱) ۹۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۱۰ (۴)



گاهی اوقات نیز مجبوریم مسئله را ۲ قسمتی حل کنیم.

مثال: با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز و بیش تر از ۳۳۰ داریم؟

جایگشت r شیء از n شیء:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

n شیء متمایز داریم و می خواهیم r شیء را انتخاب کنیم و سپس در r خانه جا بدهیم.

P حرف اول کلمه permutation به معنی جایگشت است.

به خاطر داشته باشید که پست و مقام های انفرادی بحث جایگشت را تداعی می کند.

۴۹- راه های مختلفی که می توان رییس، معاون و مشاور یک شرکت را از بین ۶ نفر انتخاب کرد برابر فاکتوریل چه عددی است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۵۰- چند کلمه سه حرفی متفاوت انگلیسی داریم؟ (کتاب درسی)

۲۶³ (۱) $\frac{۲۶!}{۳!}$ (۲) $\frac{۲۶!}{۲۳!}$ (۳) $\frac{۲۶!}{۲۴!}$ (۴)

۵۱- تعداد جایگشت های پنج حرفی از حروف کلمه computer که حرف اول بی صدا باشد، کدام است؟ (کتاب درسی)

P(۸, ۵) (۱) P(۷, ۴) (۲) $\Delta P(۸, ۵)$ (۳) $\Delta P(۷, ۴)$ (۴)

۵۲- با حروف کلمه SHOP و بدون تکرار حروف چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که حتماً شامل S باشند؟

۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۶ (۴)

۵۳- درون بشقابی یک سیب، یک انار و یک پرتقال است. از بین ۶ نفر، ۳ نفر به طرف بشقاب رفته و هرکدام یک میوه برمی دارند. چند حالت برای توزیع ۳ میوه داریم؟ (کتاب درسی)

۳۶ (۴) ۶۳ (۳) $\frac{۶!}{۳!}$ (۲) ۶! (۱)

۵۴- آرش، مهدی و حامد سوار بر اسب، مسابقه می دهند. به چند طریق ممکن است به خط پایان برسند؟ (ممکن است همزمان به هم برسند!) (کتاب درسی)

۱۸ ۱۳ (۳) ۶ (۲) ۲۷ (۱)

۵۵- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، چند عدد سه رقمی می توان نوشت که در آن یکان بزرگتر از دهگان و دهگان بزرگتر از صدگان باشد؟

۲۴ (۴) ۲۰ (۳) ۷۲۰ (۲) ۱۲۰ (۱)

حاصل $P(n, n-1)$ همیشه می شود $n!$.

$$P(n, n-1) = \frac{n!}{(n-(n-1))!} = n!$$

این یعنی تعداد جایگشت های n تایی و $(n-1)$ تایی از n شیء با هم برابر است.

مثال: با ارقام متمایز ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد؟

الف) پنج رقمی $\boxed{۵}\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۲}\boxed{۱} = ۵! = ۱۲۰$

ب) ۴ رقمی $\boxed{۵}\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۲} = ۱۲۰ = ۵! \text{ یا } P(۵, ۴) = ۵!$

ج) ۳ رقمی $\boxed{۵}\boxed{۴}\boxed{۳} = ۶۰ \text{ یا } P(۵, ۳) = \frac{۵!}{۲!} = ۶۰$

مثال: با ارقام ۱ و ۲ و ۲ و ۲ و ۲ چند عدد؟

الف) ۵ رقمی $\frac{۵!}{۳!۲!} = \frac{۱۲۰}{۶ \times ۲} = \frac{۱۲۰}{۱۲} = ۱۰$

ب) ۴ رقمی: جایگشت های ۴ تایی از ۵ شیء با جایگشت های ۵ تایی از ۵ شیء برابر است.

ج) ۳ رقمی: $\frac{۲۲۲}{۲!}, \frac{۲۲}{۲!}, \frac{۲۱}{۱!} \Rightarrow ۱+۳+۳=۷$

$\frac{۲!}{۲!}=۱ \quad \frac{۳!}{۲!}=۳ \quad \frac{۳!}{۲!}=۳$

۵۶- چند جایگشت ۵ حرفی از حروف کلمه‌ی MOBILE وجود دارد؟

- $\frac{6!}{5!}$ (۱) $6!$ (۳) $5!$ (۴)

۵۷- اگر $P(n, 4) = 40 \cdot P(n-1, 2)$ آنگاه n برابر کدام است؟

۵۸- با حروف کلمه‌ی (شکوهمند) چند کلمه‌ی چهار حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت که شامل حرف (ش) باشد؟

- 120 (۱) 720 (۲) 480 (۳) 360 (۴)

۵۹- با حروف کلمه‌ی computer چند کلمه‌ی پنج حرفی بدون تکرار حروف، با معنی و بدون معنی می‌توان نوشت که در همه‌ی آن‌ها حروف r و u به کار رفته باشد؟

- 360 (۱) 600 (۲) 1200 (۳) 2400 (۴)

«ترکیب»

هرگاه بخواهیم از بین n شیء متمایز r تا را برداریم، تعداد حالات برابر است با:

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$$

پس حواسمان باشد در ترکیب فقط انتخاب کردن مطرح است نه جا دادن

۶۰- از بین ۵ دانش‌آموز تجربی و ۳ دانش‌آموز ریاضی، به چند طریق می‌توان ۳ نفر برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد؛ به طوری که لااقل دو نفر از آن‌ها دانش‌آموز تجربی باشند؟ (خارج ۹۰)

- 25 (۱) 30 (۲) 35 (۳) 40 (۴)

۶۱- در یک آپارتمان ۱۰ خانوار زندگی می کنند. قرار است یک شورای ۴ نفره متشکل از اعضای آن تشکیل شود. از هر خانواده تنها زن یا شوهر می تواند عضو آن شورا شود. به چند طریق ممکن است شورای ۴ نفره تشکیل شود؟ (کتاب درسی)

$$\binom{10}{4} \times 32 \quad \binom{10}{4} \times 16 \quad \binom{10}{4} \times 2 \quad \binom{10}{4} \quad (1)$$

۶۲- از هر یک از مدارس A ، B ، C ، D ، E چهار نفر به اردوگاه دانش آموزی دعوت شده اند. به چند طریق می توان سه دانش آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند انتخاب کرد؟ (تجربی ۹۲)

$$480 \quad 640 \quad 320 \quad 160 \quad (1)$$

۶۳- اگر برای ارتباط افراد از ایران، روسیه، فرانسه، ترکیه، و سوریه فرهنگ لغت تهیه شود، چند نوع فرهنگ لازم است؟ (کتاب درسی)

$$32 \quad 25 \quad 10 \quad 5 \quad (1)$$

۶۴- روی محیط دایره ای ۹ نقطه وجود دارد. چند مثلث می توان ساخت که این نقاط رئوس آنها باشد؟ (کتاب درسی)

$$56 \quad 126 \quad 84 \quad 27 \quad (1)$$

۶۵- بر روی یک دایره، ۸ نقطه متمایز وجود دارد. تعداد چهار ضلعی های محدب که رأس چهار ضلعی واقع بر نقاط مفروض باشد کدام است؟

$$72 \quad 70 \quad 68 \quad 56 \quad (1)$$

۶۶- در سؤال بالا، چند چهار ضلعی وجود دارد که شامل رأس A باشد؟

۶۷- در سؤال ۵۶ چند چهار ضلعی وجود دارد که فاقد رأس A باشد؟

۶۸- در یک کلاس ۱۰ نفری، می‌خواهیم به نصف کلاس جایزه بدهیم. اگر بخواهیم شاگرد اول و دوم جایزه بگیرند و شاگرد آخر جایزه نگیرد و بقیه با قرعه کشی اهدا شود، به چند حالت اتفاق ممکن است؟

۳۵(۴)

۱۲۶(۳)

۵۶(۲)

۲۵۲(۱)

۶۹- اگر $C(a+b, a) = m$ باشد، آنگاه $C(a+b, b)$ کدام است؟

m (۴)

$m \frac{a}{b}$ (۳)

$a+b-m$ (۲)

$m \frac{b}{a}$ (۱)

۷۰- تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی از مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e, f\}$ شامل عضو a کدام است؟ (تجربی ۸۳)

۷۱- مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه‌ی زوج عضوی دارد؟ (کتاب درسی)

۷۲- از ۱۰ پرسش موجود به چند طریق می توان ۸ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد، به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود؟

۳۵ (۴)

۳۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۷۳- تعداد جایگشت های ۷ رقمی ارقام ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ که هیچ دو رقم فردی کنار هم نباشند کدام است؟

۱۰(۳!) (۴)

۱۰(۴!) (۳)

۱۰(۳!)(۴!) (۲)

۴!۳! (۱)

۷۴- تعداد زیر مجموعه های مجموعه ای $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ که در آن ها کوچک ترین عضو برابر ۸ و بزرگ ترین عضو برابر ۱۵ باشد کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۶ (۳)

۲^{۱۰} (۲)

۲^{۲۰} (۱)

۷۵- تاسی را پرتاب می کنیم. تعداد پیشامدهای با حداقل ۳ عضو کدام است؟

۶۴ (۴)

۶۲ (۳)

۴۲ (۲)

۴۰ (۱)

به نام او

«احتمال»

انواع آزمایش

۱- آزمایش تصادفی: آزمایشی است که تعداد نتایج آن محدود ولی از قبل معلوم نباشد. مانند پرتاب یک تاس و یا پرتاب یک سکه.

۲- آزمایش غیر تصادفی: آزمایشی است که نتیجه آن از قبل معلوم باشد.

فضای نمونه‌ای

عبارت است از تمام نتایج موجود در یک آزمایش تصادفی.

هرگاه یک سکه را n بار یا n سکه را با هم پرتاب کنیم: $n(S) = 2^n$ است. فضای نمونه‌ای جنسیت n فرزند نیز دارای 2^n عضو است. هرگاه یک تاس را n بار یا n تاس را با هم پرتاب کنیم، $n(S) = 6^n$ است.



پیشامد تصادفی

هر زیر مجموعه از فضای نمونه‌ای را، یک پیشامد گوییم.

به عبارت دیگر پیشامد عبارت است از تعداد نتایج حاصل از میان نتایج بدست آمده در یک آزمایش تصادفی.

تعداد کل پیشامدها = تعداد کل زیر مجموعه‌های $S: 2^{n(S)}$

احتمال پیشامد تصادفی A

اگر A یک پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشد، آن‌گاه احتمال وقوع پیشامد A عبارت است از:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد اعضای پیشامد A}}{\text{تعداد اعضای فضای نمونه‌ای S}}; \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

S: پیشامد حتمی است و $P(S) = 1$ می‌باشد. (مثلا در پرتاب یک تاس احتمال آن که عدد روشده، عددی طبیعی باشد).

\emptyset : پیشامد نشدنی است و $P(\emptyset) = 0$ می‌باشد. (مثلا در پرتاب یک تاس، احتمال آن که عدد رو شده بزرگتر از ۶ باشد).

۱- در پرتاب ۲ سکه و یک تاس، فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

۲۴(۴)

۱۲(۳)

۱۰(۲)

۳(۱)

۲- تاسی را پرتاب می‌کنیم، در این آزمایش تصادفی چند پیشامد ۳ عضوی وجود دارد؟

۲۰ (۴)

۳۲ (۳)

۶۰ (۲)

۲۴ (۱)

۳- حروف کلمه‌ی ATAXIA را بریده و به طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، هر سه حرف A کنار هم قرار می‌گیرند؟ (سراسری تجربی ۸۹)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۴- چهار رقم ۲، ۱، ۰، ۳ را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم تا عددی ۴ رقمی حاصل شود. با کدام احتمال یک عدد چهار رقمی مضرب ۶ حاصل می‌شود؟

$\frac{5}{9}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۵- با ارقام متمایز ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یک عدد سه رقمی می‌سازیم. با کدام احتمال این عدد زوج است؟

$\frac{40}{100}$ (۴)

$\frac{20}{100}$ (۳)

$\frac{32}{100}$ (۲)

$\frac{52}{100}$ (۱)

۶- پدر و مادر و چهار فرزند آن‌ها در صف می‌ایستند. با کدام احتمال پدر و مادر در دو انتهای صف هستند؟

$\frac{2}{15}$ (۴)

$\frac{1}{15}$ (۳)

$\frac{1}{30}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۷- در سوال بالا چقدر احتمال دارد ، پدر و مادر کنار هم قرار گرفته باشند ؟

$\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۸- در کیسه‌ای ۷ مهره با شماره‌های ۱ تا ۷ وجود دارد. این مهره‌ها را به‌طور تصادفی و یکی یکی خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هیچ دو مهره‌ی زوجی متوالیاً خارج نمی‌شود؟

$\frac{1}{7}$ (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴)

۹- در سوال بالا چقدر احتمال دارد هیچ دو مهره‌ی فردی متوالیاً خارج نشود؟

$\frac{1}{35}$ (۱) $\frac{2}{35}$ (۲) $\frac{7}{35}$ (۳) $\frac{9}{35}$ (۴)

۱۰- حروف کلمه‌ی **Doctor** را بریده به تصادف کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴)

۱۱- ۵ مهره با شماره‌های $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ را در ظرفی ریخته‌ایم. ۳ مهره به تصادف از ظرف بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مجموع شماره‌های آن سه مهره زوج است؟

$0/7$ (۱) $0/6$ (۲) $0/5$ (۳) $0/4$ (۴)

در تعیین پیشامد اعداد رو شده در پرتاب دو تاس با هم (پرتاب دو بار یک تاس) از روش زیر استفاده کنید :



$$\underbrace{\square + \square}_{\text{مجموع ۲ تاس}} < 13 < 1: \text{همواره}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اگر عدد مجموع} \\ \text{به ۱۳ نزدیک باشد} \rightarrow \text{(اختلاف آن با ۱۳)} \\ \text{اگر عدد مجموع} \\ \text{به ۱ نزدیک باشد} \rightarrow \text{(اختلاف آن با ۱)} \end{array} \right.$$

اگر مجموع دو تاس بالاتر از ۷ باشد ، ۱۵ حالت و اگر پایین تر از ۷ باشد ۱۵ حالت و اگر ۷ شود ، ۶ حالت داریم که در کل $n(S) = ۳۶$ حالت بدست می آید.

۱۲- در پرتاب تاس ، احتمال آنکه مجموع دو تاس مضرب ۳ باشد کدام است ؟

$$\frac{1}{5} (۱) \quad \frac{2}{3} (۲) \quad \frac{1}{3} (۳) \quad \frac{1}{4} (۴)$$

۱۳- در پرتاب دو تاس ، احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد چقدر است ؟

$$\frac{2}{9} (۱) \quad \frac{5}{18} (۲) \quad \frac{1}{4} (۳) \quad \frac{5}{12} (۴)$$

۱۴- یک جفت تاس را پرتاب می کنیم. احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده کوچکتر از ۱۰ باشد چقدر است؟

$$\frac{1}{6} (۱) \quad \frac{2}{3} (۲) \quad \frac{5}{6} (۳) \quad \frac{1}{2} (۴)$$

۱۵- در پرتاب ۲ تاس احتمال آنکه هر دو تاس بین ۲ و ۵ ظاهر شوند چقدر است؟

$$\frac{1}{12} (۱) \quad \frac{1}{9} (۲) \quad \frac{1}{18} (۳) \quad \frac{1}{6} (۴)$$

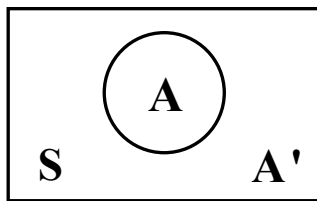
۱۶- در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت آزمایش برداشته شود با کدام احتمال فقط یکی از موشهای مورد آزمایش سفید است؟

$\frac{2}{5}$ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴)

۱۷- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است. به تصادف ۳ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش‌ها سفید است؟

$\frac{8}{11}$ (۱) $\frac{9}{11}$ (۲) $\frac{28}{33}$ (۳) $\frac{29}{33}$ (۴)

احتمال متمم پیشامد A



$$n(A) + n(A') = n(S)$$

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A) = 1 - P(A')$$

نا مطلوب مطلوب

- تست فوق را با استفاده از قانون احتمال متمم حل کنید.

۱۸- در ظرفی ۴ مهره‌ی آبی، ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی سفید موجود است. به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یک مهره‌ی آبی خارج می‌شود؟

$\frac{31}{32}$ (۱) $\frac{37}{42}$ (۲) $\frac{67}{84}$ (۳) $\frac{73}{84}$ (۴)

۱۹- از میان ۵ فوتبالیست، ۶ والیبالیست به تصادف ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از آن‌ها والیبالیست است؟

$\frac{8}{11}$ (۱) $\frac{31}{32}$ (۲) $\frac{28}{33}$ (۳) $\frac{29}{33}$ (۴)

۲۰- از بین ۵ پزشک و ۴ پرستار، ۳ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال حداکثر ۲ نفر از آن‌ها پرستار هستند؟

$$\frac{20}{21} \text{ (۴)} \qquad \frac{17}{21} \text{ (۳)} \qquad \frac{77}{84} \text{ (۲)} \qquad \frac{73}{84} \text{ (۱)}$$

۲۱- در ظرفی ۷ مهره با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۲ مهره با هم بیرون می‌آوریم. اگر A احتمال زوج بودن مجموع ۲ مهره و B احتمال مجموع دو مهره برابر ۵ باشد، $P(A) + P(B)$ کدام است؟

$$\frac{12}{21} \text{ (۴)} \qquad \frac{11}{21} \text{ (۳)} \qquad \frac{10}{21} \text{ (۲)} \qquad 1 \text{ (۱)}$$

پیشامدهای مرکب

اگر A و B ، دو پیشامد از فضای نمونه‌ای باشند، آن‌گاه:

۱) $B = A \cap B$ و A با هم رخ دهند:

۲) حداقل یکی از دو پیشامد A و B رخ دهد = پیشامد آنکه A یا B رخ دهند:

۳) فقط A رخ بدهد = A رخ دهد و B ندهد:

محاسبه احتمال پیشامدهای مرکب

۱) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

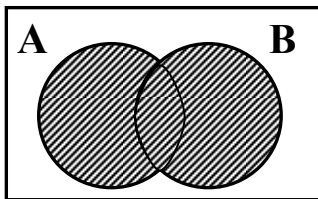
۲) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B')$

۳) $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$: اگر A و B سازگار باشند. ($A \cap B \neq \emptyset$)

یادت باشه

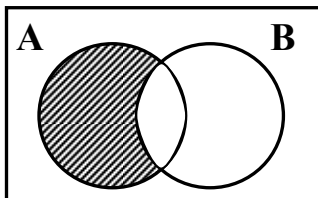


هر وقت بین دو پیشامد در متن فارسی سوال (و) شنیدیم، یعنی اشتراک. هر وقت (یا) و یا (حداقل یکی از دو پیشامد رخ دهد) شنیدیم، یعنی اجتماع.



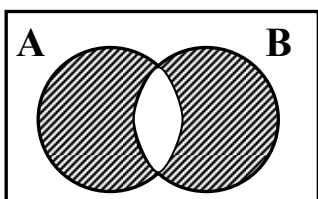
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A \cap B')$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B')$$



$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A - B) + n(B - A)$$

$$P((A - B) \cup (B - A)) = P(A - B) + P(B - A)$$

۲۲- احتمال آنکه دانش آموزی در درس فیزیک قبول شود $0/55$ و در درس شیمی قبول شود $0/6$ است. اگر احتمال آنکه حداقل در یکی از دروس قبول شود 75% باشد با کدام احتمال در هر دو درس قبول می‌شود؟

(۱) $0/35$ (۲) $0/4$ (۳) $0/45$ (۴) $0/5$

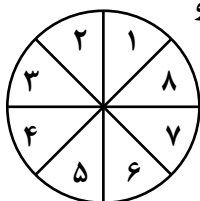
۲۳- در تست قبل احتمال قبولی فقط در درس فیزیک کدام است؟

(۱) $0/15$ (۲) $0/2$ (۳) $0/35$ (۴) $0/4$

۲۴- در پرتاب دو تاس با هم چقدر احتمال دارد هر دو عدد رو شده فرد یا مجموع دو تاس 8 باشد؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{5}{18}$ (۴) $\frac{11}{36}$

۲۵- عقربه‌ای مطابق شکل زیر به تصادف پس از به حرکت در آمدن روی یکی از 8 ناحیه‌ی شکل می‌ایستد و عددی را نشان می‌دهد. چقدر احتمال دارد عقربه عددی اول یا فرد را نشان دهد؟



(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۶- هر یک از اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۸ را روی یک کارت نوشته و یکی از این کارت‌ها را به تصادف بر میداریم. با کدام احتمال عدد روی کارت بر ۳ بخش پذیر و یا زوج است؟

$$\frac{11}{17} \text{ (۴)} \quad \frac{10}{17} \text{ (۳)} \quad \frac{9}{17} \text{ (۲)} \quad \frac{8}{17} \text{ (۱)}$$

۲۷- دو تاس را با هم می‌ریزیم. احتمال آنکه مجموع ۸ یا هر دو زوج باشند کدام است؟

$$\frac{11}{36} \text{ (۴)} \quad \frac{12}{36} \text{ (۳)} \quad \frac{13}{36} \text{ (۲)} \quad \frac{14}{36} \text{ (۱)}$$

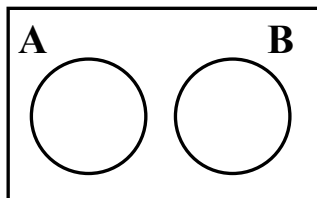
۲۸- دو تاس را با هم می‌ریزیم. احتمال آنکه حاصلضرب دو تاس مضرب ۵ باشد کدام است؟

$$\frac{5}{36} \text{ (۴)} \quad \frac{11}{36} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{18} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{6} \text{ (۱)}$$

«پیشامدهای ناسازگار و مستقل»

دو پیشامد A و B را ناسازگار گوئیم، هرگاه با هم نتوانند اتفاق بیفتند.

$$A \cap B = \emptyset \rightarrow n(A \cap B) = 0 \rightarrow P(A \cap B) = 0$$



اگر A و B ناسازگار باشند، $(A, B'), (B, A')$ ناسازگار نیستند. A' و B' هم ناسازگار نیستند مگر اینکه A و B متمم هم باشند که در این صورت A' و B' هم ناسازگار می‌شوند. روش تشخیص دو پیشامد ناسازگار به زبان فارسی: وقوع یکی به معنای عدم وقوع دیگری است. مثال:

۱- در پرتاب ۲ تاس مجموع ۱۱ باشد و حداقل یکبار، ۲ را داشته باشیم.

۲- علی زیست را منفی زده و دندان پزشکی شهید بهشتی قبول شده.

دو پیشامد A و B را مستقل گوئیم هرگاه اتفاق افتادن یکی، تاثیری مثبت یا منفی در دیگری نداشته باشد. یعنی وقوع A و B ربطی به هم نداشته باشد.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

اگر A و B مستقل باشند آنگاه $(B', A), (B, A'), (B', A')$ نیز مستقل هستند.

دو تاس را پرتاب می‌کنیم اگر پیشامد A این باشد که عدد تاس اول ۴ و پیشامد B این باشد که مجموع دو تاس ۷ باشد نشان دهید A و B مستقل هستند؟

$$A = \text{عدد تاس اول } 4 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{6}{6} = \frac{1}{6}$$

$$B = \text{مجموع دو تاس } 7 \Rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$A \cap B: \{(4, 3)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36} = P(A) \times P(B)$$

۲۹- اگر $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.7$, $P(A \cup B) = 0.82$, آنگاه دو پیشامد A و B چگونه‌اند؟
 (۱) متمم (۲) ناسازگار (۳) مستقل (۴) یکی زیر مجموعه دیگری

۳۰- احتمال قبول شدن یه نفر در کنکور به ترتیب برابر 50% و 60% و 70% است. احتمال آن که لااقل یکی از سه نفر در کنکور قبول شود کدام است؟

(۱) 0.92 (۲) 0.96 (۳) 0.90 (۴) 0.94

۳۱- چهار دانش آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آن‌ها یکسان است؟

(۱) $\frac{19}{48}$ (۲) $\frac{41}{96}$ (۳) $\frac{23}{48}$ (۴) $\frac{55}{96}$

۳۲- در گروه زنان ساکن یک روستا 60% آن‌ها تحصیلات ابتدایی و 25% از آنها مهارت قالی بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟ (سراسری تجربی ۹۰)

(۱) 0.7 (۲) 0.75 (۳) 0.8 (۴) 0.85

۳۳- ساسان به احتمال 0.3 و سامان به احتمال 0.4 امسال در کنکور سراسری قبول می‌شوند. احتمال آن‌که هر دو نفر در کنکور قبول شوند چقدر است؟

(۱) 0.7 (۲) 0.58 (۳) 0.12 (۴) 0.42

۳۴- احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر 0.9 و برای شخص B برابر 0.8 است. با کدام احتمال لااقل عمل جراحی برای یکی از دو نفر موفقیت آمیز است؟ (سراسری تجربی ۹۵)

(۱) 0.92 (۲) 0.94 (۳) 0.96 (۴) 0.98

۳۵- در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم ، احتمال اینکه حداقل یک سکه (رو) و عدد تاس مضرب ۳ باشد کدام است ؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (تجربی ۹۱ خارج)

۳۶- در پرتاب دو تاس ، احتمال آنکه دو تاس یکسان ظاهر شوند یا مجموعشان بزرگتر از ۹ باشد چقدر است؟

(۱) $\frac{5}{18}$ (۲) $\frac{7}{18}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۷- در پرتاب یک جفت تاس احتمال آنکه اعداد رو شده یکسان نباشند کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{7}{36}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۸- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشد. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب این نتیجه حاصل می‌شود؟ (تجربی ۹۱)

(۱) $\frac{27}{64}$ (۲) $\frac{37}{64}$ (۳) $\frac{19}{32}$ (۴) $\frac{39}{64}$

مثال : تیراندازی $\frac{1}{3}$ تیرهایش به هدف اصابت می‌کند. با کدام احتمال سومین تیر او ، اولین تیری است که به هدف اصابت خواهد کرد؟

۳۹- سه تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد رو شده مضرب ۳ نیستند؟

(۱) $\frac{8}{27}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{19}{27}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۴۰- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر سه عدد رو شده یکسان است؟

$$\frac{1}{36} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{6} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{6} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{216} \text{ (۴)}$$

۴۱- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال ، هر سه عدد رو شده متمایز هستند؟ (هیچ دو عددی مثل هم نباشند.)

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{6} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{9} \text{ (۳)} \quad \frac{4}{9} \text{ (۴)}$$

۴۲- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۱۶ می‌باشد؟

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{18} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{54} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{6} \text{ (۴)}$$

۴۳- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال فقط اعداد ظاهر شده در پرتاب‌های اول و دوم یکسان هستند؟

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{36} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{36} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{216} \text{ (۴)}$$

- در سوال فوق ، با کدام احتمال فقط یک بار عدد اول ظاهر می‌شود؟

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{4}{9} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

۴۴- با کدام احتمال ، بازیکنان تیم ملی والیبال ایران (۶ نفر) همگی در ماه شهریور متولد شده‌اند؟

$$\left(\frac{1}{12}\right)^6 \text{ (۱)} \quad \left(\frac{1}{12}\right)^5 \text{ (۲)} \quad \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \text{ (۳)} \quad \left(\frac{1}{6}\right)^{11} \text{ (۴)}$$

۴۵- در سوال فوق ، احتمال آنکه همگی در یک ماه از سال به دنیا آمده باشند ، چقدر است ؟

$(\frac{1}{6})^{11}$ (۴) $(\frac{1}{6})^{12}$ (۳) $(\frac{1}{12})^5$ (۲) $(\frac{1}{12})^6$ (۱)

۴۶- با کدام احتمال بازیکنان تیم ملی والیبال ایران (۶ نفره) همگی فصل بهار متولد شده‌اند؟

$(\frac{1}{6})^6$ (۴) $(\frac{1}{6})^4$ (۳) $(\frac{1}{4})^5$ (۲) $(\frac{1}{4})^6$ (۱)

۴۷- در سوال فوق با کدام احتمال همگن در یک فصل از سال متولد شده‌اند؟

$(\frac{1}{6})^6$ (۴) $(\frac{1}{6})^4$ (۳) $(\frac{1}{4})^5$ (۲) $(\frac{1}{4})^6$ (۱)

۴۸- با کدام احتمال بازیکنان تیم ملی فوتسال (۵ نفر) در روزهای مختلف هفته متولد شده‌اند؟

$\frac{P(6,4)}{7^4}$ (۴) $\frac{P(6,3)}{7^4}$ (۳) $\frac{5!}{7^5}$ (۲) $\frac{6!}{7^5}$ (۱)

۴۹- با کدام احتمال در یک کلاس ۲۵ نفری روز تولد هیچ دونفری یکسان نیست ؟

$\frac{P(365,25)}{365^{25}}$ (۴) $\frac{25}{365}$ (۳) $\frac{25!}{365}$ (۲) $P(365,25)$ (۱)

۵۰- ۴ دانش آموز روی دو نیمکت نشسته‌اند. با کدام احتمال فصل تولد حداقل دو نفر از آن‌ها یکسان است؟

$\frac{13}{16}$ (۴) $\frac{29}{32}$ (۳) $\frac{11}{16}$ (۲) $\frac{13}{16}$ (۱)

۵۱- در یک خانواده ۴ فرزندى احتمال آنکه ۲ فرزند اول هم جنس باشند ، چند برابر احتمال آن است که تعداد فرزندان دختر بیشتر باشد ؟

$$\frac{13}{16} \text{ (۴)} \qquad \frac{3}{10} \text{ (۳)} \qquad \frac{9}{5} \text{ (۲)} \qquad \frac{8}{5} \text{ (۱)}$$

۵۲- در یک خانواده ۴ فرزندى احتمال آنکه ۲ فرزند بزرگتر هم جنس باشند و ۲ فرزند کوچکتر جنسیت مختلف داشته باشند چقدر است ؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)} \qquad \frac{5}{8} \text{ (۳)} \qquad \frac{3}{8} \text{ (۲)} \qquad \frac{3}{4} \text{ (۱)}$$

۵۳- در یک خانواده ۵ فرزندى احتمال آنکه پسر و دختر یک در میان باشند کدام است ؟

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)} \qquad \frac{1}{16} \text{ (۳)} \qquad \frac{3}{32} \text{ (۲)} \qquad \frac{1}{32} \text{ (۱)}$$

۵۴- در یک خانواده ۵ فرزندى با کدام احتمال هم فرزند دختر وجود دارد و هم فرزند پسر ؟

$$\frac{1}{32} \text{ (۴)} \qquad \frac{7}{8} \text{ (۳)} \qquad \frac{31}{32} \text{ (۲)} \qquad \frac{15}{16} \text{ (۱)}$$

۵۵- در یک خانواده سه فرزندى احتمال اینکه ۲ فرزند اول پسر باشند چند برابر احتمال آن است که فقط دو فرزند اول پسر باشند ؟ (کتاب درسى)

$$\frac{2}{3} \text{ (۴)} \qquad \frac{1}{3} \text{ (۳)} \qquad 2 \text{ (۲)} \qquad 1 \text{ (۱)}$$

۵۶- احتمال اینکه از چهار فرزند یک خانواده ، دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند ، کدام است ؟

$$\frac{7}{16} \text{ (۴)} \qquad \frac{3}{8} \text{ (۳)} \qquad \frac{1}{3} \text{ (۲)} \qquad \frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

۵۷- ۴۰٪ عوامل تعیین کننده RH خونی منفی اند. با کدام احتمال در یک خانواده سه فرزندی، اولین فرزند با RH منفی، سومین فرزند خانواده باشد؟

$$\frac{40}{100} \quad (۴) \quad \frac{84}{100} \times \frac{84}{100} \times \frac{16}{100} \quad (۳) \quad \frac{60}{100} \times \frac{60}{100} \quad (۲) \quad \frac{40}{100} \times \frac{60}{100} \times \frac{60}{100} \quad (۱)$$

۵۸- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند که $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ، آنگاه $P(A')$ کدام می تواند باشد؟

$$\frac{2}{5} \quad (۴) \quad \frac{3}{4} \quad (۳) \quad \frac{1}{2} \quad (۲) \quad \frac{1}{4} \quad (۱)$$



اگر A و B دو پیشامد باشند، آنگاه طبق قانون دمورگان داریم:

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

۵۹- اگر $P(A' \cap B') = \frac{1}{8}$, $P(A') = \frac{5}{8}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ باشد، $P(B)$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴) \quad \frac{3}{4} \quad (۳) \quad \frac{1}{2} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۱)$$

احتمال شرطی

دو پیشامد A و B را شرطی گوئیم، هرگاه بدانیم B اتفاق افتاده و سپس A را مد نظر قرار می دهیم و می گوئیم $(A|B)$ ؛ پیشامد آن که A اتفاق بیفتد به شرطی که B اتفاق افتاده باشد.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

پس، شرط همیشه پیشامدی است که رخ داده. طراح در این تیپ سوالات، خودش خبر می دهد که پیشامدی رخ داده است. مثلاً می گوید:

(الف) یک جفت تاس می اندازیم، می دانیم مجموعش ۸ شده.

(ب) یک جفت تاس می اندازیم، می دانیم هر دو عدد رو شده فرد است.

(ج) از کیسه ای شامل ۳ مهره سفید، ۴ مهره آبی و ۲ مهره سیاه، یک مهره خارج می کنیم و می دانیم آبی نیست.

$$P(A|B) = \begin{cases} \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\ \frac{n(A)}{n(S_{\text{new}})} \end{cases}$$

A درون S_{new} است.

مثال : در پرتاب یک جفت تاس می دانیم مجموع دو تاس برابر ۸ است. با کدام احتمال هر دو تاس فرد می باشند ؟

$$S_{\text{new}} = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$$

$$n(S_{\text{new}}) = 5, n(A) = 2 \Rightarrow P = \frac{2}{5}$$

اگر A و B مستقل باشند :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A)P(B)}{P(A)} = P(B)$$

یعنی پیشامدی را که رخ داده نادیده بگیرید. اگر A و B ناسازگار باشند :

$$P(A|B) = 0$$

$$P(B|A) = 0$$

۶۰- تاسی را پرتاب می کنیم ، برآمد حاصل زوج است. با کدام احتمال مضرب ۳ می باشد ؟

$$\frac{1}{6} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

۶۱- در آزمایشگاهی ۷ موش سیاه و ۳ موش سفید داریم. ابتدا ۲ موش سیاه را از قفس خارج می کنیم. حال اگر ۳ موش به تصادف انتخاب کنیم ، با کدام احتمال ۱ موش سفید است ؟

$$\frac{17}{28} \text{ (۴)} \quad \frac{15}{28} \text{ (۳)} \quad \frac{23}{56} \text{ (۲)} \quad \frac{17}{56} \text{ (۱)}$$

۶۲- در پرتاب ۲ تاس هر دو تاس کوچکتر از ۵ ظاهر شده اند. احتمال آنکه عدد دو تاس برابر باشند کدام است ؟

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{12} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{16} \text{ (۱)}$$

۶۳- اگر در پرتاب ۲ تاس مجموع اعداد رو شده برابر ۶ باشد ، احتمال آنکه هر دو عدد فرد باشند چقدر است ؟ (سنجش تجربی)

$$\frac{4}{5} \text{ (۴)} \quad \frac{3}{5} \text{ (۳)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۱)}$$

۶۴- در یک خانواده‌ی سه فرزندی می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است . با کدام احتمال دو فرزند دیگر دختر است ؟

(۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{5}{8}$ (تجربی خارج ۸۷)

۶۵- در یک خانواده‌ی سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آن‌ها پسر است . با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان دختر است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۶۶- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است، می‌دانیم فرزند اول آن‌ها پسر است . با کدام احتمال سه فرزند دیگر این خانواده دختر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۶۷- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است ، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده دارای ۳ دختر است ؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{4}{15}$

۶۸- در پرتاب دو تاس با هم اگر برآمدها برابر باشند با کدام احتمال مجموع دو تاس بیشتر از ۵ است ؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$



یادت باشه

در بعضی از سوالات احتمال ، از ترکیب استفاده نمی‌کنیم یعنی با ضرب کسرها مواجه هستیم. قبل از هر چیزی بدانید دلیل

ضرب کسرها در این تیپ سوالات ، این نیست که پیشامدها مستقل هستند بلکه در واقع رابطه‌ی $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ را

طرفین و وسطین کردیم و می‌خواهیم در یک مسئله‌ی شرطی ، A و B با هم اتفاق بیفتند و داریم :

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A | B) \quad (\text{ضرب احتمالات})$$

وقتی با این تیپ سوالات مواجه هستیم که بخواهیم مثلا مهره‌ها را یکی یکی (متوالی) و بدون جایگذاری خارج کنیم ، یعنی وارد فضای احتمال شرطی شویم .

مثال دو مهره ، متوالیا و بدون جایگذاری از جعبه‌ای که شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال آنکه مهره اول سفید و مهره دوم سیاه باشد. (تمرین کتاب ریاضی عمومی)

$$\underbrace{\frac{4}{10}}_{\substack{\text{احتمال سفید} \\ \text{بودن مهره اول}}} \times \underbrace{\frac{6}{9}}_{\substack{\text{احتمال سیاه بودن} \\ \text{مهره دوم ، به} \\ \text{شرط سفید بودن} \\ \text{مهره اول}}} = P(B) \times P(A | B)$$

۶۹- از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم ، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند ؟ (سراسری ۹۱ تجربی)

$$\frac{2}{7} \quad (1) \qquad \frac{5}{14} \quad (2) \qquad \frac{3}{7} \quad (3) \qquad \frac{4}{7} \quad (4)$$

۷۰- در کیسه‌ای ۵ مهره به شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی‌درپی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره‌های فرد ، متوالیا خارج نمی‌شوند ؟ (سراسری تجربی ۹۲)

$$0/1 \quad (1) \qquad 0/15 \quad (2) \qquad 0/25 \quad (3) \qquad 0/2 \quad (4)$$

۷۱- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال اولین موش سفید و سومین موش سیاه است ؟ (تجربی ۸۸)

$$\frac{11}{56} \quad (1) \qquad \frac{17}{56} \quad (2) \qquad \frac{13}{56} \quad (3) \qquad \frac{15}{56} \quad (4)$$

۷۲- در جعبه‌ای ۶ مهره سفید و ۹ مهره سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً بدون جایگذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره ، دومین مهره خارج شده سفید است ؟ (تجربی ۹۲)

$$\frac{2}{5} \quad (4) \qquad \frac{3}{5} \quad (3) \qquad \frac{3}{7} \quad (2) \qquad \frac{5}{14} \quad (1)$$

۷۳- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه موجود است. سه مهره متوالیاً و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین و دومین مهره، مهره سوم سفید است؟

$$\frac{5}{12} \quad (1) \quad \frac{\binom{5}{1}}{\binom{12}{5}} \quad (2) \quad \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} \quad (3) \quad \frac{15}{120} \quad (4)$$

۷۴- در آزمایشگاهی ۶ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادف و متوالیاً بدون جایگذاری ۴ موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال دومی سیاه و چهارمی سفید است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (4)$$

۷۵- از بین ۴ کارت آبی و ۵ کارت قرمز یکسان به تصادف یک کارت بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟

$$\frac{2}{9} \quad (1) \quad \frac{4}{9} \quad (2) \quad \frac{5}{9} \quad (3) \quad \frac{7}{9} \quad (4)$$

۷۶- اگر بدانیم $P(A|B) = 0/6$ ، $P(B) = 0/4$ ، $P(B|A) = 0/5$ ، آن‌گاه $P(A)$ کدام است؟

$$\frac{1}{25} \quad (1) \quad \frac{12}{25} \quad (2) \quad \frac{1}{25} \quad (3) \quad \frac{20}{25} \quad (4)$$

۷۷- کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. احتمال آن‌که کارمند مردی، تحصیلات دانشگاهی داشته باشد چقدر است؟

		جنسیت	
		زن	مرد
تحصیلات	دانشگاهی	۱۰	۱۵
	کمتر از دانشگاهی	۸۰	۹۰

$$\frac{1}{7} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{3}{5} \quad (3) \quad \frac{3}{7} \quad (4)$$

قانون جمع احتمالات (نمودار درختی)

در این نوع مسائل دو یا چند احتمال متداخل وجود دارد. برای حل این مسائل بهترین روش نوشتن احتمال اولیه و احتمال ثانویه خواسته شده در مسئله و ضرب آنها در یکدیگر و در نهایت جمع حاصلها است. در حقیقت طراح در متن سوال، فضای نمونه‌ای را به پیشامدهای دو به دو ناسازگار تقسیم می‌کند و به همین دلیل می‌توانیم در انتها، احتمالها را جمع کنیم چون اشتراکی ندارند. مثلاً می‌گویید:

۱- ۶۵٪ اداره‌ای مرد و ۳۵٪ زن می‌باشند.

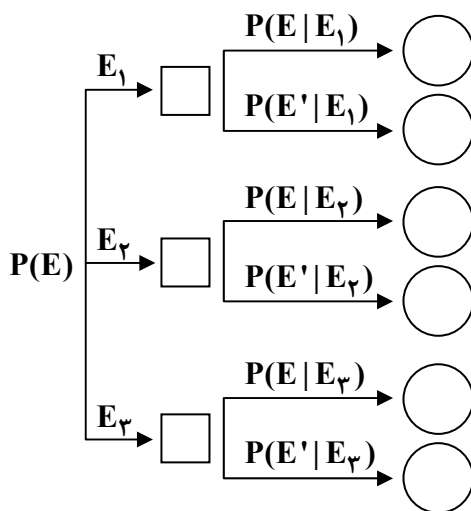
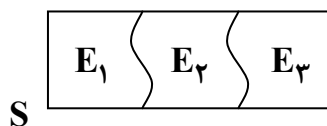
۲- در دبیرستان دخترانه‌ای، ۲۵٪ دهمی، ۴۰٪ یازدهمی و ۳۵٪ پیش دانشگاهی هستند.

۳- ۷۰٪ فرزندان متولد شده در یک روستا پسر و مابقی دختر هستند.

می‌بینیم که طراح فضای S را به پیشامدهای دو به دو ناسازگار تقسیم کرده است. یا در مثال دبیرستان دخترانه، پیشامدها به سه قسمت تقسیم کرده که همگی ناسازگار هستند.

سپس: طراح پیشامدی به نام E تعریف می‌کند و احتمال آن را در دل فضای E_1, E_2, \dots به ما می‌دهد.

پس در یک جمله، «ما به احتمال‌های تو در تو برخورد می‌کنیم.»



اگر احتمال را داد به جایش می‌گذاریم ولی اگر نداد،

در این سوال به جایش $\frac{1}{3}$ می‌گذاریم.

$$P(E) = P(E_1) \times P(E | E_1) + P(E_2) \times P(E | E_2) + P(E_3) \times P(E | E_3)$$

۷۸- احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده‌اند ۰/۰۲۵ و احتمال انتقال به افرادی که واکسن نزده‌اند ۰/۲ است.

$\frac{2}{5}$ کارگران یک کارگاه واکسن زده‌اند. اگر فرد حامل بیماری به تصادف با یکی از کارگران ملاقات کند با کدام احتمال این بیماری

منتقل می‌شود؟ (تجربی ۸۸)

۰/۱۶ (۴)

۰/۱۵ (۳)

۰/۱۴ (۲)

۰/۱۳ (۱)

۷۹- دو ظرف یکسان ، اولی دارای ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و دومی دارای ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه است. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رویت در ظرف دوم قرار می‌دهیم ، آن‌گاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است ؟

$$\frac{41}{81} \text{ (۴)} \qquad \frac{34}{81} \text{ (۳)} \qquad \frac{11}{27} \text{ (۲)} \qquad \frac{8}{27} \text{ (۱)}$$

۸۰- در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد جمعیت را زنان تشکیل می‌دهند. اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۵ درصد زنان دفترچه سلامت داشته باشند با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آن‌ها ، دفترچه سلامت دارد ؟ (تجربی ۹۰ خارج)

$$0.696 \text{ (۴)} \qquad 0.685 \text{ (۳)} \qquad 0.669 \text{ (۲)} \qquad 0.658 \text{ (۱)}$$

۸۱- ظرف A دارای ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است و هر یک از ظروف یکسان B و C دارای ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه می‌باشند. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب می‌کنیم و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره‌های خارج شده سفید است ؟ (تجربی ۹۳)

$$\frac{11}{21} \text{ (۴)} \qquad \frac{10}{21} \text{ (۳)} \qquad \frac{26}{63} \text{ (۲)} \qquad \frac{25}{63} \text{ (۱)}$$

۸۲- در یک شهر ۲۰ درصد مردان و ۱۵ درصد زنان مبتلا به چاقی هستند. در اداره‌ای که همه کارمندان آن ساکن این شهر هستند ، تعداد کارمندان مرد ۱/۵ برابر تعداد کارمندان زن است . با کدام احتمال کارمندی که به تصادف انتخاب می‌شود مبتلا به چاقی است ؟

$$0.19 \text{ (۴)} \qquad 0.18 \text{ (۳)} \qquad 0.17 \text{ (۲)} \qquad 0.16 \text{ (۱)}$$

۸۳- در جعبه‌ی A ، ۷ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز و در جعبه‌ی B ، ۳ مهره‌ی آبی و ۲ مهره قرمز وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره آبی است ؟

$$\frac{19}{20} \text{ (۴)} \qquad \frac{13}{20} \text{ (۳)} \qquad \frac{11}{20} \text{ (۲)} \qquad \frac{2}{20} \text{ (۱)}$$

۸۴- در سوال فوق ، از هر جعبه یک مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال از جعبه‌ی **A** آبی و از جعبه‌ی **B** قرمز است ؟

۸۵- از هر جعبه یک مهره خارج می‌کنیم . با کدام احتمال یکی آبی و یکی قرمز است ؟

۸۶- از هر جعبه ۲ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو تای اول از جعبه **A** آبی و دو تای دوم از جعبه **B** قرمز است ؟

۸۷- یکی از جعبه‌ها را به تصادف انتخاب کرده و دو مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این دو مهره آبی است؟

۸۸- یک مهره از جعبه‌ی **A** خارج می‌کنیم و داخل **B** می‌اندازیم. حالا از **B** مهره‌ای خارج می‌کنیم . با کدام احتمال این مهره آبی است؟

متغیر تصادفی

اگر در یک آزمایش تصادفی به هر نتیجه بدست آمده از آزمایش ، عددی منحصر به فرد را نسبت بدهیم آن عدد را متغیر تصادفی می‌نامند و معمولاً آن را با (X) نشان می‌دهند. مثلاً در یک خانواده دو فرزندی اگر متغیر تصادفی X تعداد پسرها باشد ، آن‌گاه داریم : $X = 0, 1, 2$ و یا در پرتاب یک جفت تاس ، X مجموع دو عدد رو شده باشد : $X = 2, 3, 4, \dots, 12$.

جدول توزیع احتمال

جدولی که در آن تمام مقادیر یک متغیر تصادفی به همراه احتمال وقوع هر کدام آورده شده است. در یک جدول توزیع احتمال ، مجموع احتمالات متغیرهای تصادفی برابر یک است.

X	X_1	X_2	X_3
$P(X)$	$P(X_1)$	$P(X_2)$	$P(X_3)$

$$P(X_1) + P(X_2) + P(X_3) = 1$$

۸۹- از بین ۴ دانش آموز رشته ریاضی و ۳ دانش‌آموز رشته تجربی ، ۲ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر X تعداد دانش‌آموزان تجربی انتخاب شده باشد ، X چه مقادیری دارد؟

۲, ۰, ۱ (۴)

۲, ۱ (۳)

۳, ۰, ۱, ۲ (۲)

۳, ۱, ۲ (۱)

۹۰- در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد، از این کیسه ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی X تعداد مهره‌های سفید باشد، $P(X \leq 2)$ کدام است؟

$\frac{3}{10}$ (۱) $\frac{6}{10}$ (۲) $\frac{9}{10}$ (۳) $\frac{7}{10}$ (۴)

۹۱- در آزمایشگاهی ۶ موش سیاه و ۴ موش سفید موجود است. به طور تصادفی ۲ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. X تعداد موش‌های سفید خارج شده است. بیشترین مقدار توزیع احتمال آن کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{8}{15}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴)

۹۲- تاسی را ۲ بار می‌اندازیم. X قدر مطلق تفاضل ارقام رو شده است. $P(X \geq 4)$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴)

۹۳- در پرتاب یک جفت تاس اگر حاصل ضرب ۲ عدد رو شده X باشد، $P(X = 6)$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

۹۴- در خانواده‌ای با ۵ فرزند، متغیر تصادفی X را برابر با تعداد پسرها تعریف می‌کنیم. $P(X \geq 4)$ کدام است؟

$\frac{3}{16}$ (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{31}{32}$ (۳) $\frac{5}{32}$ (۴)

توزیع احتمال دو جمله‌ای

در تمام تست‌های توزیع دو جمله‌ای با تجربه‌ای روبرو هستیم که دو بعد پیروزی و شکست در پی دارد.

$$P = 1 - q$$

این تجربه را n بار تکرار می‌کنیم. در این n بار تکرار، احتمال آن که (k) مرتبه نتیجه‌ی مطلوب (پیروزی) ایجاد شود عبارت

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

است از :

۹۴- مطلوب است احتمال اینکه در یک خانواده ۵ فرزندى :
الف) دو فرزند اول RH منفى باشند .

ب) فقط دو فرزند اول RH منفى باشند .

ج) دو فرزند RH منفى باشند.

۹۵- نوعى بذر تهيه شده كه ادعا مى شود با احتمال ۸۰٪ جوانه مى زند. اگر ۵ دانه بكاريم با کدام احتمال ۳ دانه جوانه مى زند؟

۰/۰۵۲۸ (۱) ۰/۱۰۲۴ (۲) ۰/۲۰۴۸ (۳) ۰/۴۰۹۶ (۴)

۹۶- پدر و مادری هر یک دارای یک ژن رنگ چشم مغلوب (b) و یک ژن رنگ چشم غالباند (B), $P(B) = 3P(b)$. اگر یک خانواده دارای ۴ فرزند باشد با کدام احتمال ۳ نفر دارای ژن رنگ چشم غالباند؟

$\frac{37}{64}$ (۱) $\frac{27}{64}$ (۲) $\frac{25}{64}$ (۳) $\frac{19}{64}$ (۴)

۹۷- ۹۰٪ مدیران در وزارتخانه‌ای مرد و مابقی زن هستند. ۷۵٪ مردان و ۲۵٪ زنان دارای مدرک دکترا هستند. اگر به تصادف ۴ نفر را انتخاب کنیم با کدام احتمال ۲ نفر از آنان دارای مدرک دکترا هستند؟

۰/۲۲۵۳ (۱) ۰/۲۴۷۴ (۲) ۰/۲۵۳۵ (۳) ۰/۲۴۴۶ (۴)

۹۸- دانش آموزی به هر یک از ۵ پرسش ۵ گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال فقط به ۳ پرسش ، پاسخ صحیح داده است ؟

۰/۰۲۵۶ (۱) ۰/۰۵۱۲ (۲) ۰/۰۷۶۸ (۳) ۰/۰۶۲۵ (۴)

۹۹- به طور متوسط از هر ۱۰ مشتری مراجعه کننده به فروشگاه ، ۶ نفر خرید می کنند. در فاصله زمانی معین ، ۴ مشتری به این فروشگاه مراجعه می کنند. با کدام احتمال فقط ۳ نفر خرید می کنند؟ (تجربی ۹۰ خارج)

- (۱) $\frac{0}{3172}$ (۲) $\frac{0}{3282}$ (۳) $\frac{0}{3456}$ (۴) $\frac{0}{3654}$

۱۰۰- تاس سالمی را ۸ بار پرتاب می کنیم. احتمال اینکه ۴ بار عددی فرد آمده باشد ، کدام است ؟

- (۱) $\frac{45}{128}$ (۲) $\frac{35}{128}$ (۳) $\frac{17}{64}$ (۴) $\frac{15}{64}$



در توزیع دو جمله‌ای باید آزمایشها به طور مستقل انجام شوند.



در مدل‌های ظرف و مهره ، انتخاب با جایگذاری به مفهوم توزیع دو جمله‌ای است.

مثال : کیسه‌ای دارای ۲ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. اگر ۵ مهره و به تصادف و با جایگذاری از کیسه خارج کنیم ، احتمال آن که دقیقاً ۳ بار سفید بیاید کدام است ؟

- (۱) $\frac{20}{243}$ (۲) $\frac{10}{243}$ (۳) $\frac{4}{243}$ (۴) $\frac{40}{243}$

$$P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} , \quad n = 5 , \quad k = 3$$

$$\Rightarrow p(X = 3) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{243}$$

توفیق و رستگاری را از خدا بخواهید.